

DS3 - Seconde - Corrigé

Exercice 1

Q1 : réponse A.

Q2 : réponse B

$$(5a - 3c)^2 = (5a)^2 - 2 \times 5a \times 3c + (3c)^2$$

$$(5a - 3c)^2 = 25a^2 - 30ac + 9c^2$$

Q3 : réponse B

$$(x+3)(2x+5) - (x+3) = (x+3)[2x+5-1]$$

$$= (x+3)(2x+4)$$

Q4 : réponse C

$$(x+3)^2 - 16 = (x+3)^2 - 4^2 = (x+3+4)(x+3-4)$$

$$= (x+7)(x-1)$$

Q5 : réponse B

$$(x+3)^2 - (2x-1)^2 = (x+3+2x-1)(x+3-2x+1)$$

$$= (3x+2)(-x+4)$$

Q6 : réponse C

$$f(-2) = 3 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2$$

$$f(-2) = 3 \times 4 + 10 + 2$$

$$f(-2) = 24$$

Q7 : réponse A.

$$f(0) = 2$$

$$f(2) = 3 \times 2^2 - 5 \times 2 + 2 = 4 \neq 0.$$

Q8 : réponse A

$$7x + 9 > 11x + 8$$

$$9 - 8 > 11x - 7x$$

$$1 > 4x$$

$$\frac{1}{4} > x$$

$$\text{donc } x \in]-\infty; \frac{1}{4}[$$

Exercice 2

1) elle n'a pas mis les parenthèses au numérateur.

$$2) x_n = \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_n = \frac{-3+3}{2} = 0$$

$$\text{donc } M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$$

3) N sym. de B par rapport à A

 \Leftrightarrow A milieu de [BN].

$$x_A = \frac{x_B + x_N}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} y_A = \frac{y_B + y_N}{2} \\ \Leftrightarrow -3 = \frac{3 + y_N}{2} \\ \Leftrightarrow -6 = 3 + y_N \\ \Leftrightarrow y_N = -9 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow 5 = \frac{-2 + x_N}{2}$$

$$\Leftrightarrow 10 = -2 + x_N$$

$$\Leftrightarrow x_N = 12$$

$$\text{donc } N(12; -9)$$

Exercice 3

1) a) AID est un triangle rectangle et isocèle en A

Donc (A, I, D) est un repère orthonormé.

$$b) A(0; 0) \quad I(1; 0)$$

$$B(2; 0) \quad C(2; 1)$$

$$F(3; 2).$$

c) M centre du rectangle ABCD
donc M milieu de [AC]

$$x_M = \frac{0+2}{2} = 1 \quad \text{et} \quad y_M = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{donc } M\left(1; \frac{1}{2}\right)$$

N milieu de [BF]

$$x_N = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} \quad \text{et} \quad y_N = \frac{0+2}{2} = 1$$

$$\text{donc } N\left(\frac{5}{2}; 1\right)$$

Exercice 3 (suite)

$$2) a) MN = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - 1\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{10}{4}}$$

$$MP = \sqrt{\frac{50}{4}} \quad \text{et} \quad NP = \sqrt{10}$$

$$MP^2 = \frac{50}{4}$$

$$MN^2 + NP^2 = \frac{10}{4} + 10 = \frac{50}{4}$$

$$\text{on a } MP^2 = MN^2 + NP^2$$

d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en N.

$$b) \text{ aire (MNP)} = \frac{MN \times NP}{2}$$

$$\text{aire} = \frac{\sqrt{\frac{10}{4}} \times \sqrt{10}}{2}$$

$$\text{aire} = \frac{\sqrt{\frac{10}{4} \times 10}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{100}{4}}}{2} = \frac{\sqrt{25}}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{donc aire (MNP)} = 2,5 \text{ cm}^2.$$

$$c) \text{ aire (MNP)} = \frac{NH \times MP}{2}$$

$$2,5 = \frac{NH \times \sqrt{\frac{50}{4}}}{2}$$

$$\Leftrightarrow NH \times \sqrt{\frac{50}{4}} = 5 \quad \left(\sqrt{\frac{50}{4}} = \frac{\sqrt{25 \times 2}}{\sqrt{4}}\right)$$

$$\Leftrightarrow NH \times \frac{5\sqrt{2}}{2} = 5 \quad = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow NH = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow NH = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow NH = \sqrt{2} \text{ cm.}$$

$$NH \approx 1,41 \text{ cm.}$$

Exercice 4

PARTIE A

1) l'ensemble de définitions de f et g est l'intervalle $[0; 50]$.

2) pour 5 objets :

$$\text{recette} \approx 100 \text{ €}$$

$$\text{coûts} \approx 450 \text{ €}$$

$$\text{recette} < \text{coûts}$$

l'entreprise ne dégage pas de bénéfice pour 5 objets.

3) pour 20 objets, l'écart entre la recette et les coûts de production est d'environ 300 €, alors que pour 25 objets, cet écart est d'environ 200 €.

Le salarié a raison.

4) La production maximale est de 50 objets.

Pour 50 objets, les coûts de production sont supérieurs à la recette.

Donc le bénéfice n'est pas maximal (il est même négatif).

PARTIE B

$$1) C(5) = 3 \times 5^2 - 100 \times 5 + 900$$

$$C(5) = 3 \times 25 - 500 + 900$$

$$C(5) = 475$$

pour 5 objets, les coûts sont de 475 €.

$$2) R(x) = 20x.$$

Exercice 4 (suite)

3) a) $B(x) = R(x) - C(x)$

$$B(x) = 20x - (3x^2 - 100x + 900)$$

$$B(x) = 20x - 3x^2 + 100x - 900$$

$$B(x) = -3x^2 + 120x - 900$$

b) $B(25) = -3 \times 25^2 + 120 \times 25 - 900$

$$B(25) = -1875 + 3000 - 900$$

$$B(25) = 225$$

pour 25 pièces, le bénéfice est de 225 €.

c) $B(x) = -900 \Leftrightarrow -3x^2 + 120x - 900 = -900$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 120x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(-3x + 120) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } -3x + 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 40$$

$$S = \{0; 40\}$$

Le bénéfice est de -900 € pour 0 ou 40 pièces produites et vendues.

4) $(-3x + 90)(x - 10) = -3x^2 + 30x + 90x - 900$

$$(-3x + 90)(x - 10) = -3x^2 + 120x - 900$$

on a bien $B(x) = (-3x + 90)(x - 10)$

5) a) $B(x) = 0 \Leftrightarrow (-3x + 90)(x - 10) = 0$

$$\Leftrightarrow -3x + 90 = 0 \text{ ou } x - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 30 \text{ ou } x = 10$$

$$S = \{10; 30\}$$

Le bénéfice est nul pour 10 ou 30 pièces produites et vendues.

Exercice 4 (suite et fin)

b) $B(x) = 300 \Leftrightarrow -3(x-20)^2 + 300 = 300$

$$\Leftrightarrow -3(x-20)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-20)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 20$$

$$S = \{20\}$$

Le bénéfice est de 300 € pour 20 pièces produites et vendues.

Exercice 5

1) temps moyen = $\frac{2 \times 60 + 3 \times 62 + 4 \times 64 + 3 \times 66 + 1 \times 68}{2 + 3 + 4 + 3 + 1}$

$$\text{temps moyen} = \frac{828}{13} \approx 63,69$$

Le temps moyen du groupe A est d'environ 63,69 secondes.

2) temps moyen = $\frac{936}{15} = 62,4$

Le temps moyen du groupe B est de 62,4 secondes.

(à la calculatrice, $\sum x = 936$ représente la somme de tous les temps, et $n = 15$ représente l'effectif total)

3) Le groupe B est le plus performant car son temps moyen est inférieur à celui du groupe A.