2nde E	interrogation n° 10	le 04.05.2023

NOM :
Prénom

respect des notations : 0,5

Cours

1/ Soient A $(x_A\,;y_A)$ et B $(x_B\,;y_B)$ dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Donner les coordonnées de $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$ 0,5

1 **2/** Si $\vec{u}\binom{x}{y}$ et $\vec{v}\binom{x'}{y'}$ dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ alors $\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$ 0,5

Exercice 1 : On se place dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1) Les vecteurs $\vec{u}\binom{-9}{7}$ et $\vec{v}\binom{6}{-5}$ sont-ils colinéaires ?

1,5

$$\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} -9 & 6 \\ 7 & -5 \end{vmatrix} = -9\times(-5) - 6\times 7 = 45 - 42 = 3 \neq 0$$ 1

donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires 0,5

2) Les points A (2 ; 4) B (− 4 ; 6) *et* C (−7 ; 7) sont-ils alignés ?

$\left(\overrightarrow{BC}\binom{-3}{1}\right)$

3,5

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4-2 \\ 6-4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ 1

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -7-2 \\ 7-4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -9 \\ 3 \end{pmatrix}$ 1

$$\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} -6 & -9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -6\times 3 - (-9)\times 2$$
$$= -18 + 18$$
$$= 0$$ 1

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires 0,25

donc A, B, C sont alignés 0,25

3) Soit les points A (−3 ; 5) B (−2 ; 2) C (9 ; − 2) *et* D (4 ; 10).
Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

3,5

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2-(-3) \\ 2-5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ 1

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 4-9 \\ 10-(-2) \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -5 \\ 12 \end{pmatrix}$ 1

$$\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -3 & 12 \end{vmatrix} = 1\times 12 - (-5)\times(-3)$$
$$= 12 - 15$$
$$= -3$$ 1
$$\neq 0$$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires 0,25

donc (AB) et (CD) ne sont pas parallèles 0,25

Exercice 2

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les points $A\,(3\,;\,1)$ $B\,(5\,;\,2)$ $C\,(7\,;\,-1)$ $D(1\,;3)$ et $E\,(4\,;\,0{,}5)$.

a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.

b) La quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ?

b) Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

c) Les droites (BE) et (CM) sont-elles parallèles ?

a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5-3\\2-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ 1

/1

b) $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}7-1\\-1-3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$, 1 $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{DC}$ donc ABCD n'est pas un parallélogramme 0,5

/1,5

c) $\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{AB}$

$\begin{pmatrix}x_M-3\\y_M-1\end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}x_M-3\\y_M-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ 1 d'où $x_M - 3 = 6$ et $y_M - 1 = 3$ 1

/4

$\Leftrightarrow x_M = 6+3$ et $y_M = 3+1$

$\Leftrightarrow x_M = 9$ 1 et $y_M = 4$ 1

donc $M\,(9;4)$

d) $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}4-5\\0{,}5-2\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}-1\\-1{,}5\end{pmatrix}$ 1

/3,5 $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}9-7\\4-(-1)\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ 1

$\det(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{CM}) = \begin{vmatrix}-1 & 2\\-1{,}5 & 5\end{vmatrix} = -1\times5 - 2\times(-1{,}5) = -5+3 = -2 \neq 0$ 1

donc $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{CM}$ ne sont pas colinéaires 0,25

donc (BE) et (CM) ne sont pas parallèles. 0,25