NOM :
Prénom :

Cours

1/ Soient A $(x_A\,;y_A)$ et B $(x_B\,;y_B)$ dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Donner les coordonnées de $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$$

2/ Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ alors det $(\vec{u},\vec{v})$ =

$$\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}x & x'\\y & y'\end{vmatrix}=xy'-x'y$$

Exercice 1

1) Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-9\\7\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\-5\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

$$\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}-9 & 6\\7 & -5\end{vmatrix}=-9\times(-5)-6\times7=45-42=3\neq0$$

donc **$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires**

2) Les points $A\,(2\,;\,4)$ $B\,(-4\,;\,6)$ et $C\,(-7\,;\,7)$ sont-ils alignés ?

On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4-2\\6-4\end{pmatrix}$ *soit* $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-7-2\\7-4\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-9\\3\end{pmatrix}$

or $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\begin{vmatrix}-6 & -9\\2 & 3\end{vmatrix}=-6\times3-(-9)\times2=-18+18=0$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc **les points A, B et C sont alignés.**

3) Soit les points $A\,(-3\,;\,5)$ $B\,(-2\,;\,2)$ $C\,(9\,;\,-2)$ et $D\,(4\,;\,10)$.
Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2-(-3)\\2-5\end{pmatrix}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4-9\\10-(-2)\end{pmatrix}\Leftrightarrow\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-5\\12\end{pmatrix}$

or
$\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})=\begin{vmatrix}1 & -5\\-3 & 12\end{vmatrix}=1\times12-(-5)\times(-3)=12-15=-3\neq0$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires ,

donc **les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles**

Exercice 2

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, soit les points $A\,(-1\,;\,2)\,;\,B\,(-\,4\,;\,4)\,;\,C\,(-\,2\,;\,5)\;et\;D\,(1\,;\,3)$

a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$

b) Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ?

c) Déterminer les coordonnées du point E défini par $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$.

d) Soit M le point d'intersection de la droite (AB) et de l'axe des abscisses. Déterminer les coordonnées de M.

a) On a $\overrightarrow{AB}\,\binom{-4-(-1)}{4-2}$ donc $\overrightarrow{AB}\,\binom{-3}{2}$

b) $\overrightarrow{DC}\,\binom{-2-1}{5-3}$ donc $\overrightarrow{DC}\,\binom{-3}{2}$

ainsi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc **ABCD est un parallélogramme**

c) $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \binom{x_E-(-1)}{y_E-2} = 3\binom{-3}{2}$

$\Leftrightarrow \binom{x_E+1}{y_E-2} = \binom{-9}{6}$

$\Leftrightarrow x_E + 1 = -9 \quad et \;\; y_E - 2 = 6$

$\Leftrightarrow x_E = -9 - 1 \quad et \;\; y_E = 6 + 2$

$\Leftrightarrow x_E = -10 \quad et \quad y_E = 8$

donc **E (−10 ; 8)**

d) M appartient à l'axe des abscisses donc son ordonnée est nulle, donc $y_M = 0$ ainsi $M\,(x\,;\,0\,)$

M appartient à la droite (AB) donc les vecteurs $\overrightarrow{AM}\;et\;\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

or on a $\overrightarrow{AM}\,\binom{x-(-1)}{0-2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\,\binom{x+1}{-2}$ et $\overrightarrow{AB}\,\binom{-3}{2}$

et $\overrightarrow{AM}\;et\;\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires si et seulement si det $(\overrightarrow{AM}\,,\overrightarrow{AB}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+1 & -3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)\times 2 - (-3)\times(-2) = 0$

$\Leftrightarrow 2x + 2 - 6 = 0$

$\Leftrightarrow 2x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 4$

$\Leftrightarrow x = \frac{4}{2}$

$\Leftrightarrow x = 2$

Les coordonnées du point M sont **donc M (2 ; 0)**