

NOM :

Prénom :

Cours O, I et J sont trois points du plan.

- a) A quelle condition (O, I, J) est-il un repère orthonormé ?

Le repère est dit **orthonormé** si les 3 points O, I et J forment un triangle isocèle rectangle en O

- b) Soit A ($x_A; y_A$) et B ($x_B; y_B$) dans un repère orthonormé.
Donner les formules de la distance AB ainsi que des coordonnées du milieu K de [AB].

La **distance AB** est $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Le milieu K du segment [AB] a pour coordonnées $x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$

Exercice 1

Dans un repère orthonormé on considère les points suivants : A (3 ; 2) B (1 ; 5) C (6 ; 6)

- a) Déterminer les coordonnées du milieu K de [AC].

le milieu K du segment [AC] a pour coordonnées $x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{3 + 6}{2} = 4,5$

$$\text{et } y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + 6}{2} = 4$$

soit **K (4,5 ; 4)**

- b) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme

ABCD est un parallélogramme si ses diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu,
or K (4,5 ; 4) est le milieu de [AC]

donc ABCD est un parallélogramme si $\frac{x_B + x_D}{2} = x_K$ et $\frac{y_B + y_D}{2} = y_K$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + x_D}{2} = 4,5 \quad \text{et} \quad \frac{5 + y_D}{2} = 4$$

$$\Leftrightarrow 1 + x_D = 9 \quad \text{et} \quad 5 + y_D = 8$$

$$\Leftrightarrow x_D = 9 - 1 \quad \text{et} \quad y_D = 8 - 5$$

$$\Leftrightarrow x_D = 8 \quad \text{et} \quad y_D = 3 \quad \text{donc } \mathbf{D (8 ; 3)}$$

Exercice 2

Dans le repère orthonormé ci-contre :

1/ a) Quelle est l'abscisse du point A ?

$$x_A = 4$$

b) Quelle est l'ordonnée du point B ?

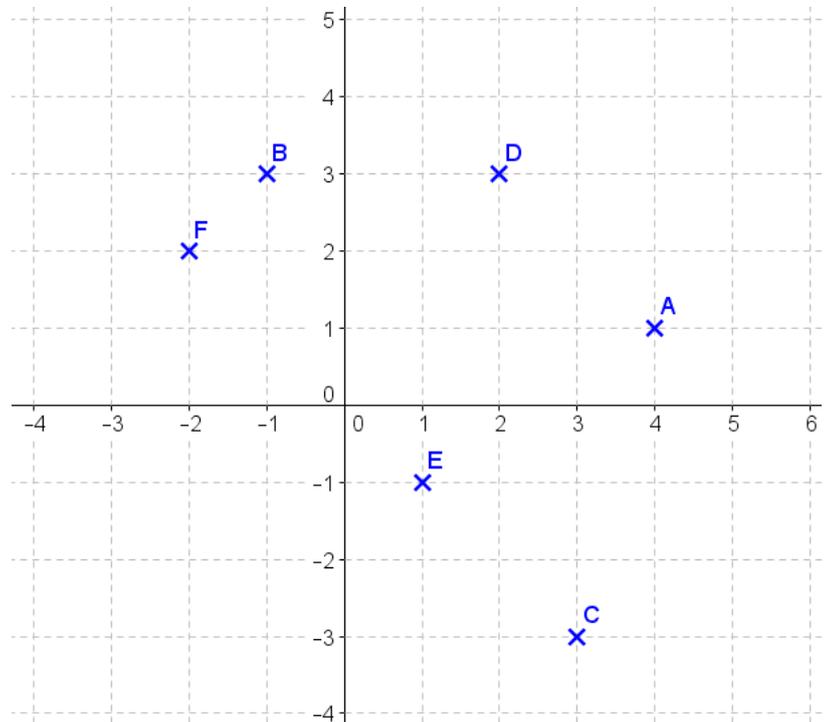
$$y_B = 3$$

c) Donner les coordonnées du point C.

$$C(2; -3)$$

2) a) Placer les points

$$D(2; 3) \quad E(1; -1) \quad F(-2; 2)$$



c) Calculer la longueur DF.

$$DF = \sqrt{(x_F - x_D)^2 + (y_F - y_D)^2} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-1)^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

c) Le triangle EDF est-il équilatéral ?

$$EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$DE = \sqrt{(x_E - x_D)^2 + (y_E - y_D)^2} = \sqrt{(1 - 2)^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

ainsi $DF = DE \neq EF$ donc le triangle EDF n'est pas équilatéral

d) Le cercle de centre D passant par E coupe-t-il l'axe des abscisses en -1 ?

Le cercle de centre D passant par E a pour rayon $DE = \sqrt{17}$

et ce cercle coupe l'axe des abscisses en -1 si le point L de coordonnées $(-1; 0)$ appartient à ce cercle

$$\text{or } DL = \sqrt{(x_L - x_D)^2 + (y_L - y_D)^2} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{18}$$

ainsi puisque $DL \neq \sqrt{17}$, alors le point L n'appartient pas au cercle de centre D passant par E,

ce qui signifie que ce cercle ne coupe pas l'axe des abscisses au point L d'abscisse -1