Nom : **Prénom :**

Classe

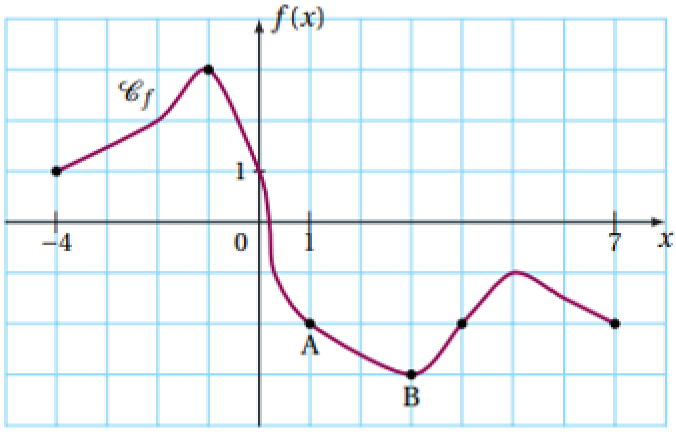
Devoir commun n°2-Seconde

Vendredi 1er décembre 2023

Durée 1h50 – Calculatrice autorisée. Le sujet comporte cinq exercices indépendants. Le barème est sur 30 points.

Exercice 1 (2 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4\ ;\ 7]$ par la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ ci-dessous :



Déterminer graphiquement (avec la précision permise par le graphique) :

1) L'image de 1 par la fonction f ;
2) La valeur de $f(-2)$;
3) Les antécédents de -2 par la fonction f.
4) Les coordonnées de A et de B.

Exercice 2 (3 points)

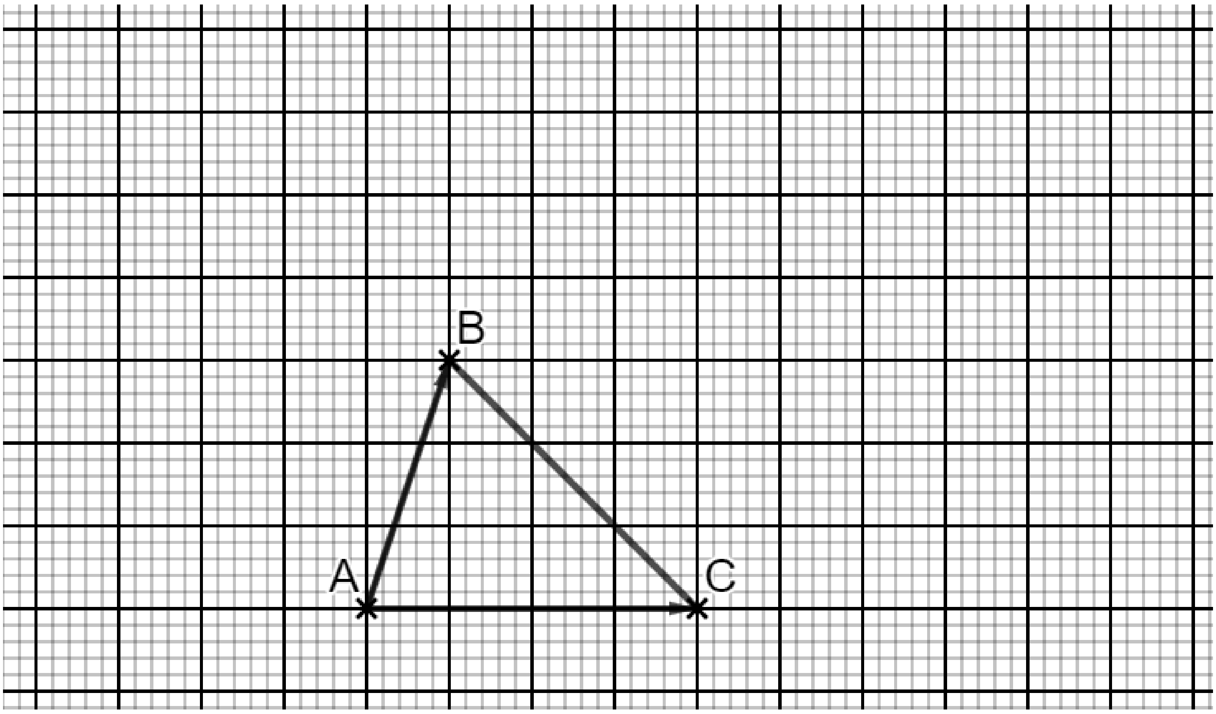
Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Le multiplier par 3
- Soustraire 4 au résultat précédent
- Élever au carré le résultat précédent
- Multiplier le tout par -2

1) Quel résultat obtient-on à la fin de ce programme de calcul lorsque le nombre choisi au départ est 5 ?
2) Montrer que ce programme définit une fonction f *qui* à *tout nombre* x choisi au départ associe le nombre $f(x) = -18x^2 + 48x - 32$.

Exercice 3 (7 points)

On considère le triangle ABC ci-dessous :



1) Sur cette figure, construire les points M, N et L définis par :

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

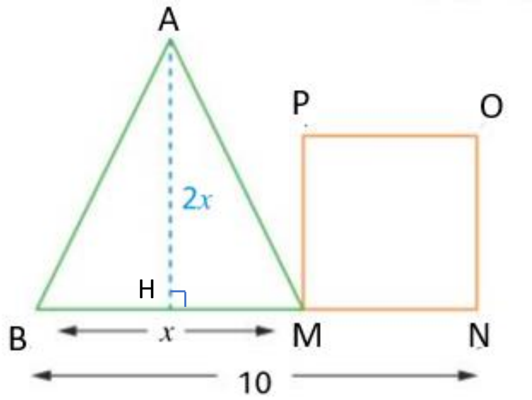
2) En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{LN} = \overrightarrow{AB}$.
3) Démontrer que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB}$.
4) Justifier que le quadrilatère CMNL est un parallélogramme.

Exercice 4 (8 points)

Dans la situation ci-contre :

- Le point M est un point quelconque de [BN]
- BAM est un triangle isocèle en A
- MNOP est un carré

On pose BM = x



Remarque : La figure n'est pas représentée en vraie grandeur et ne respecte pas les proportions

1) Déterminer l'intervalle dans lequel varie x , sachant que BM $= x$
2) Exprimer en fonction de x : A_t l'aire de BAM et A_c l'aire de MNOP
3) Déterminer toutes les valeurs de x telles que **l'aire de MNOP** soit supérieure ou égale à celle de BAM. On notera les solutions possibles sous la forme d'intervalle.
4) Démontrer que BA= $\frac{\sqrt{17}}{2}\,x$. *On détaillera les étapes de calculs*
5) Déterminer toutes les valeurs de x telles que le **périmètre de BAM** soit strictement supérieur à celui de MNOP. On notera les solutions possibles sous la forme d'intervalle.
6) Est-il possible que les conditions des questions 3 et 5 soient réalisées simultanément ?

   Si oui, pour quelles valeurs de x ?

Exercice 5 (10 points)

Une entreprise produit chaque jour une quantité x d'objets comprise entre 0 et 50.
Chaque jour, chaque objet produit est vendu.
Une étude a montré que le coût total de production des x objets est donné, en euro, par: $C(x) = 3x^2 - 100x + 900$

Un objet est vendu au prix de 20 €.

1. Exprimer la recette $R(x)$, en euro, en fonction de la quantité x d'objets fabriqués et vendus par jour.

2. On rappelle que le bénéfice est égal à la différence entre la recette et le coût de production.
   a) Montrer que le bénéfice correspondant à la fabrication et à la vente de x objets est : $B(x) = -3x^2 + 120x - 900$
   b) Calculer le bénéfice pour 25 pièces vendues.
   c) Résoudre $B(x) = -900$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. a) Montrer que $B(x) = -3(x-20)^2 + 300$
   b) Montrer que $B(x) = -3(x-30)(x-10)$

4. En utilisant la forme de $B(x)$ la plus adaptée, répondre aux questions suivantes.
   a) Déterminer « les points morts » de la production, c'est-à-dire les quantités à produire et à vendre pour que le bénéfice soit nul.
   b) Déterminer les quantités à produire et à vendre pour réaliser un bénéfice de 300 €.