

NOM :

Prénom :

Exercice 1 : Déterminer une primitive de la fonction f dans chacun des cas suivants :

a/ $f(x) = 5x^3 + 3x^2 + 7$ définie sur \mathbb{R}

b/ $f(x) = 15e^{3x+2}$ définie sur \mathbb{R}

c/ $f(x) = \frac{18x}{3x^2+2}$ définie sur \mathbb{R}

d/ $f(x) = 6xe^{3x^2+5}$ définie sur \mathbb{R}

a) $F(x) = \frac{5}{4}x^4 + x^3 + 7x + C$ 1,5

b) $F(x) = 15x \frac{1}{3} e^{3x+2} + C = 5e^{3x+2} + C$ 1,5

c) f est de la forme $\frac{u'}{u}$ avec $u(x) = 3x^2 + 2$ d'où $u'(x) = 6x$

or $f(x) = \frac{18x}{3x^2+2} = \frac{3 \times 6x}{3x^2+2}$ ainsi $f = 3 \times \frac{u'}{u}$

donc $F = 3 \ln(u) + C$ donc $F(x) = 3 \ln(3x^2 + 2) + C$ 2,5

d) f est de la forme $u'e^u$ avec $u(x) = 3x^2 + 5$ d'où $u'(x) = 6x$

or $f(x) = 6xe^{3x^2+5}$ ainsi $f = u'e^u$

donc $F = e^u + C$ donc $F(x) = e^{3x^2+5} + C$ 2

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 10x + \frac{10}{x}$

Déterminer la primitive F de f sur \mathbb{R} vérifiant la condition $F(1)=8$

$$F(x) = 5x^2 + 10 \ln(x) + C \quad 1$$

or $F(1) = 8$ d'où $5 \times 1^2 + 10 \ln(1) + C = 8$

$$\Leftrightarrow 5 + C = 8$$

$$\Leftrightarrow C = 3 \quad 0,5$$

ainsi $F(x) = 5x^2 + 10 \ln(x) + 3$ 0,5

Exercice 3 : QCM : Entourer la seule bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2xe^x$ est la fonction F définie sur \mathbb{R} par :

a) $F(x) = 2e^x$

b) $F(x) = (2x - 2)e^x$

c) $F(x) = x^2 \ln(x)$

d) $F(x) = x^2 e^x$

car $F'(x) = 2x e^x + (2x - 2)e^x = 2e^x + 2xe^x - 2e^x = 2xe^x = f(x)$

NOM :
Prénom :

Exercice 1 : Déterminer une primitive de la fonction f dans chacun des cas suivants :

a/ $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 7x$ définie sur \mathbb{R}

b/ $f(x) = 12e^{4x+1}$ définie sur \mathbb{R}

c/ $f(x) = \frac{6x}{3x^2+2}$ définie sur \mathbb{R}

d/ $f(x) = 30xe^{5x^2+3}$ définie sur \mathbb{R}

a) $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 + C$ (1,5)

b) $F(x) = 12x \frac{1}{4} e^{4x+1} + C = 3e^{4x+1} + C$ (1,5)

c) f est de la forme $\frac{u'}{u}$ avec $u(x) = 3x^2 + 2$ d'où $u'(x) = 6x$

or $f(x) = \frac{6x}{3x^2+2}$ ainsi $f = \frac{u'}{u}$ donc $F = \ln(u) + C$

donc $F(x) = \ln(3x^2 + 2) + C$ (2)

d) f est de la forme $u' e^u$ avec $u(x) = 5x^2 + 3$ d'où $u'(x) = 10x$

or $f(x) = 30xe^{5x^2+3} = 3 \times 10xe^{5x^2+3}$ ainsi $f = 3 \times u' e^u$

donc $F = 3e^u + C$ (2,5)

donc $F(x) = 3e^{5x^2+3} + C$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{6}{x} + 6$

Déterminer la primitive F de f sur \mathbb{R} vérifiant la condition $F(1)=8$

$$F(x) = 6 \ln(x) + 6x + C \quad (1)$$

$$\text{or } F(1) = 8 \quad \text{d'où} \quad 6 \ln(1) + 6 \times 1 + C = 8$$

$$\Leftrightarrow \quad 6 + C = 8$$

$$\Leftrightarrow \quad C = 2$$

$$\text{ainsi } F(x) = 6 \ln(x) + 6x + 2 \quad (0,5)$$

Exercice 3 : QCM : Entourer la seule bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4xe^x$ est la fonction F définie sur \mathbb{R} par :

a) $F(x) = 2x^2e^x$

b) $F(x) = 4e^x$

c) $F(x) = (4x - 4)e^x$

d) $F(x) = 2x^2 \ln(x)$

$$\text{car } F'(x) = 4e^x + (4x - 4)e^x = 4e^x + 4xe^x - 4e^x = 4xe^x = f(x)$$