MATHS Complémentaires G2 **interrogation n° 1** **le 10/10/2024**

Exercice 1

f est la fonction définie sur $[-4\ ;\ 2]$ par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$.

a/ Déterminer $f'(x)$

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$

b/ Etablir en justifiant le tableau de variation de f sur $[-4\ ;\ 2]$

x	-4		-3		1		2
$f'(x)$ $a = 3 > 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	21	$\nearrow$	28	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3

Pour $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$,

$\Delta = 6^2 - 4 \times 3 \times (-9) = 144$

$x_1 = \frac{-6-\sqrt{144}}{2\times 3} = -3 \quad x_2 = \frac{-6+\sqrt{144}}{2\times 3} = 1$

c/ Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$? L'équation $f(x) = 0$ admet 2 solutions

d/ Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée à 0,01 près de la solution de l'équation $f(x) = 10$

D'après la calculatrice, une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 10$ est $\alpha \approx -0{,}83$

Exercice 2

f est la fonction définie sur $[\,0\ ;\ 2{,}5\,]$ par $f(x) = (4 - 2x)e^{2x}$.

a/ Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = (-4x + 6)e^{2x}$

$f = u \times v$ avec $u(x) = 4 - 2x$ et $v(x) = e^{2x}$

$u'(x) = -2$ $\quad v'(x) = 2e^{2x}$

Or $(uv)' = u'v + uv'$ d'où $f'(x) = -2 \times e^{2x} + (4 - 2x) \times 2e^{2x})$

$= e^{2x}(-2 + (4 - 2x) \times 2)$

$= e^{2x}(-2 + 8 - 4x)$

$= e^{2x}(-4x + 6)$

b/ Quel est le maximum de la fonction f ?

x	0		$1{,}5$		$2{,}5$
e^{2x}			$+$		
$-4x + 6$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\nearrow$	$e^3 \approx 20{,}08$	$\searrow$	$-e^5 \approx -148{,}4$

$a = -4 < 0$ et

$-4x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-6}{-4} = 1{,}5$

D'après le tableau de variation de f, le maximum de f est $f(1{,}5) = e^3 \approx 20{,}08$

Exercice 3
Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions définies par les expressions suivantes :

$f(x) = 10e^{2x+3} + 5x$

$f'(x) = 10 \times 2e^{2x+3} + 5$

$f'(x) = 20\, e^{2x+3} + 5$

$g(x) = \dfrac{e^x}{x+1}$

$g = \frac{u}{v}$ avec $u(x) = e^x$ et $v(x) = x + 1$

$u'(x) = e^x$ $v'(x) = 1$

Or $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u\,v'}{v^2}$ d'où $g'(x) = \frac{e^x \times (x+1) - 1 \times e^x}{(x+1)^2}$

$$g'(x) = \frac{xe^x + e^x - e^x}{(x+1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$$

$h(x) = (3x^2 + 2)^2$

$h = u^2\ avec\ u(x) = 3x^2 + 2 \quad d'où\ u'(x) = 6x$ or $(u^2)' = 2u'u$

$donc\ \ h'(x) = 2 \times 6x\,(3x^2 + 2) = 12x(3x^2 + 2)$

$m(x) = (x^2 + 2)e^x$

$m = u \times v$ avec $u(x) = x^2 + 2$ et $v(x) = e^x$

$u'(x) = 2x$ $v'(x) = e^x$

Or $(uv)' = u'v + uv'$ d'où $m'(x) = 2x \times e^x + (x^2 + 2) \times e^x$

$$= e^x(x^2 + 2x + 2)$$