MATHS Complémentaires G1 **interrogation n° 1 : CORRIGE**

Cours : compléter les formules suivantes : $(u^2)' = 2u'u$ $(e^u)' = u'e^u$

Exercice 1

Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = 5e^{3x+2} - 10x + 3$$

$$f'(x) = 5 \times 3e^{3x+2} - 10$$

$$f'(x) = 15e^{3x+2} - 10$$

$$g(x) = \frac{e^x}{x+1}$$

. $g = \frac{u}{v}$ avec $u(x) = e^x$ et $v(x) = x + 1$

$u'(x) = e^x$ $v'(x) = 1$

Or $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ d'où $g'(x) = \frac{e^x \times (x+1) - 1 \times e^x}{(x+1)^2}$

$$g'(x) = \frac{xe^x + e^x - e^x}{(x+1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$$

$$h(x) = (3x^2 - 2)^2$$

$h = u^2 \; avec \; u(x) = 3x^2 - 2 \quad d'où \; u'(x) = 6x$ or $(u^2)' = 2u'u$

$$donc \quad h'(x) = 2 \times 6x\,(3x^2 - 2) = 12x(3x^2 - 2)$$

$$p(x) = e^{x^3 - x}$$

$p = e^u \quad avec \; u(x) = x^3 - x \quad d'où \quad u'(x) = 3x^2 - 1 \quad or \quad (e^u)' = u'e^u$

$$donc \;\; p'(x) = (3x^2 - 1\,)e^{x^3 - x}$$

$$m(x) = (x^2 + 2)e^x$$

$m = u \times v$ avec $u(x) = x^2 + 2$ et $v(x) = e^x$

$u'(x) = 2x$ $v'(x) = e^x$

Or $(uv)' = u'v + uv'$ d'où $m'(x) = 2x \times e^x + (x^2 + 2) \times e^x$

$$= e^x(x^2 + 2x + 2)$$

Exercice 2
f est la fonction définie sur [0 ; 4] par $f(x) = (2x-6)e^{2,5x}$.
a/ Calculer $f\,'(x)$ et montrer que $f\,'(x) = (5x-13)e^{2,5x}$

$f = u \times v$ avec $u(x) = 2x - 6$ et $v(x) = e^{2,5x}$
$u'(x) = 2$ $v'(x) = 2,5e^{2,5x}$

Or $(uv)' = u'v + uv'$ d'où $f'(x) = 2 \times e^{2,5x} + (2x-6) \times 2,5e^{2,5x})$

$$= e^{2,5x}(2 + (2x-6) \times 2,5)$$

$$= e^{2,5x}(2 + 5x - 15)$$

$$= e^{2,5x}(5x - 13)$$

b/ Etablir le tableau de variation de f sur [0 ; 4]

x	0		$2,6$		4
$e^{2,5x}$			$+$		
$5x-13$		$-$	0	$+$	
$f\,'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-6	$\searrow$		$\nearrow$	$2e^{10} \approx 44052,9$
			$-0,8e^{6,5} \approx -532,1$		

$a = 5 > 0$ et
$5x - 13 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{13}{5} = 2,6$

c/ Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 10$?

D'après le tableau de variation, l'équation $f(x) = 10$ admet 1 seule solution (comprise entre 2,6 et 4)

d/ Donner, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée à 10^{-3} près de la solution α de l'équation $f(x) = 800$

D'après la calculatrice, $\propto \approx 3,151$