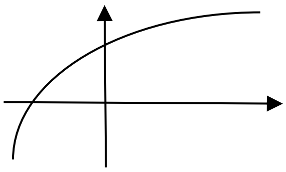
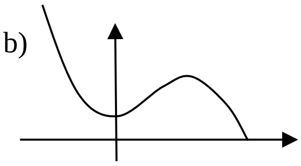
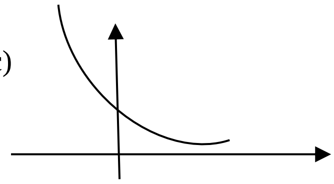
MATHS Complémentaires G2 **interrogation n° 1 : sujet A**

Exercice 1 Parmi les 3 courbes suivantes,
la courbe représentant une fonction concave est la a)
la courbe représentant une fonction convexe est la c)
la courbe possédant un point d'inflexion est la b)

a)

b)

c)


Exercice 2 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1{,}5x^3 - 9x^2 + 4x + 8$
On note C_f la courbe représentative de la fonction f.

a) Déterminer $f'(x)$ puis $f''(x)$

$f'(x) = 1{,}5 \times 3x^2 - 9 \times 2x + 4$

$= 4{,}5x^2 - 18x + 4$

et $f''(x) = 4{,}5 \times 2x - 18$
$= 9x - 18$

b) Etudier le signe de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

$a = 9 > 0$ et

$9x - 18 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{18}{9} = 2$

Sur quel intervalle la fonction f est-elle convexe ?

f *est convexe sur* $[\,2\,;+\infty\,[$ *car* $f''(x) \geq 0$ *sur* $[\,2\,;+\infty\,[$

c) La courbe C_f admet-elle un point d'inflexion ? Si oui, en quelle valeur ?

la dérivée seconde f'' *s'annule en changeant de signe pour* $x = 2$
donc la courbe C_f *admet un point d'inflexion d'abscisse* $x = 2$

Exercice 3
f est la fonction définie sur $[\,0\,;2{,}5\,]$ par $f(x) = (4 - 2x)e^{2x}$.
a/ Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = (-4x + 6)e^{2x}$

$f = u \times v$ avec $u(x) = 4 - 2x$ et $v(x) = e^{2x}$
$u'(x) = -2$ $v'(x) = 2e^{2x}$

Or $(uv)' = u'v + uv'$ d'où $f'(x) = -2 \times e^{2x} + (4 - 2x) \times 2e^{2x})$

$= e^{2x}(-2 + (4 - 2x) \times 2)$

$= e^{2x}(-2 + 8 - 4x)$

$= e^{2x}(-4x + 6)$

b/ Etablir le tableau de variation de f sur [0 ; 2,5]

x	0		$1{,}5$		$2{,}5$
e^{2x}			$+$		
$-4x+6$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$			$e^3 \approx 20{,}08$		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	4				$-e^5 \approx -148{,}4$

$a = -4 < 0$ et

$-4x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-6}{-4} = 1{,}5$

c/ Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 10$?

D'après le tableau de variation, l'équation $f(x) = 10$ admet 2 solutions

d/ Donner, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée à 10^{-3} près de la solution α de l'équation $f(x) = -50$

D'après la calculatrice, $\propto \approx 2{,}268$

Exercice 4

Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions définies par les expressions suivantes :

$f(x) = 10e^{2x+3} + 5x$

$f'(x) = 10 \times 2e^{2x+3} + 5$

$f'(x) = 20\, e^{2x+3} + 5$

$$g(x) = \frac{5}{e^x + 2}$$

. $g = \frac{u}{v}$ avec $u(x) = 5$ et $v(x) = e^x + 2$

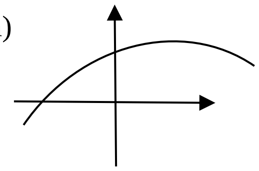
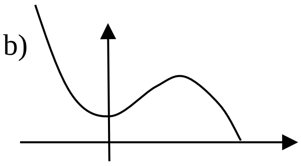
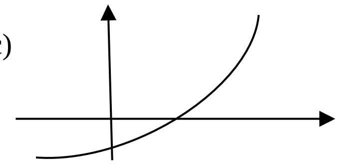
$u'(x) = 0$ $v'(x) = e^x$

Or $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u\,v'}{v^2}$ d'où $g'(x) = \frac{0 \times (e^x+2) \;-\; 5e^x}{(e^x+2)^2}$

$$g'(x) = \frac{-5e^x}{(e^x + 2)^2}$$

MATHS Complémentaires G2 **interrogation n° 1 : sujet B**

Exercice 1 Parmi les 3 courbes suivantes,
la courbe possédant un point d'inflexion est la b)
la courbe représentant une fonction convexe est la c)….
la courbe représentant une fonction concave est la a)

a)  b)  c) 

Exercice 2 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 2x + 8$
On note C_f la courbe représentative de la fonction f.
a) Déterminer $f'(x)$ puis $f''(x)$

$f'(x) = -2 \times 3x^2 - 3 \times 2x + 2$

$= -6x^2 - 6x + 2$

et $f''(x) = -6 \times 2x - 6$
$= -12x - 6$

a) Etudier le signe de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$-0{,}5$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

$a = -6 < 0$ et
$-12x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{6}{-12} = -0{,}5$

Sur quel intervalle la fonction f est-elle convexe ?

f *est convexe sur* $]-\infty\,;\,-0{,}5\,]$ [*car* $f''(x) \geq 0$ *sur* $]-\infty\,;\,-0{,}5\,]$]

b) La courbe C_f admet-elle un point d'inflexion ? Si oui, en quelle valeur ?

la dérivée seconde f'' *s'annule en changeant de signe pour* $x = -0{,}5$
donc la courbe C_f *admet un point d'inflexion d'abscisse* $x = -0{,}5$

Exercice 3
f est la fonction définie sur $[\,0\,;4\,]$ par $f(x) = (2x-6)e^{2{,}5x}$.
a/ Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = (5x-13)e^{2{,}5x}$

$f = u \times v$ avec $u(x) = 2x - 6$ et $v(x) = e^{2{,}5x}$
$u'(x) = 2$ $v'(x) = 2{,}5e^{2{,}5x}$

Or $(uv)' = u'v + uv'$ d'où $f'(x) = 2 \times e^{2{,}5x} + (2x-6) \times 2{,}5e^{2{,}5x})$

$= e^{2{,}5x}(2 + (2x-6) \times 2{,}5)$

$= e^{2{,}5x}(2 + 5x - 15)$

$= e^{2{,}5x}(5x - 13)$

b/ Etablir le tableau de variation de f sur [0 ; 4]

x	0		$2,6$		4
$e^{2,5x}$			$+$		
$5x-13$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-6	↘	$-0,8e^{6,5} \approx -532,1$	↗	$2e^{10} \approx 44052,9$

$a = 5 > 0$ et

$5x - 13 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{13}{5} = 2,6$

c/ Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -10$?

D'après le tableau de variation, l'équation $f(x) = -10$ admet 2 solutions

d/ Donner, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée à 10^{-3} près de la solution α de l'équation $f(x) = 1\,000$

D'après la calculatrice, $\propto \approx 3,177$

Exercice 4

$$f(x) = 5e^{3x+2} - 10x$$

$$f'(x) = 5 \times 3e^{3x+2} - 10$$

$$f'(x) = 15e^{3x+2} - 10$$

$$g(x) = \frac{e^x}{x+1}$$

. $g = \frac{u}{v}$ avec $u(x) = e^x$ et $v(x) = x + 1$

$u'(x) = e^x$ $v'(x) = 1$

Or $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv\prime}{v^2}$ d'où $g'(x) = \frac{e^x \times (x+1) - 1 \times e^x}{(x+1)^2}$

$$g'(x) = \frac{xe^x + e^x - e^x}{(x+1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$$