Terminales Maths Complémentaires interrogation n°4 sujet 1 le 23.01.2024

NOM :

Prénom :

Cours : Compléter les égalités suivantes :

$ln(a \times b) =$ $\ln a + \ln b$ $ln(\frac{a}{b}) =$ $\ln a - \ln b$ $ln(a^n) =$ $n \ln a$ $ln(\sqrt{a}) =$ $\frac{1}{2}\ln a$

2,5

Si $f(x) = lnx$ alors $f'(x) =$ $\frac{1}{x}$

Applications

Exercice 1 : Résoudre dans $]0 ; +\infty[$ les équations suivantes :

7

$a)$ $4lnx - 5 = 7$

$\Leftrightarrow 4\ln x = 12$

$\Leftrightarrow \ln x = 3$

$\Leftrightarrow x = e^3$

$S = \{e^3\}$

(1,75)

$b)$ $0{,}5e^x + 4 = 11$

$\Leftrightarrow 0{,}5e^x = 7$

$\Leftrightarrow e^x = \frac{7}{0{,}5}$

$\Leftrightarrow e^x = 14$

$\Leftrightarrow x = \ln(14)$

$S = \{\ln(14)\}$

(1,25)

$c)$ $(e^x - 4)(lnx + 3) = 0$

$\Leftrightarrow e^x - 4 = 0$ ou $\ln x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow e^x = 4$ ou $\ln x = -3$

$\Leftrightarrow x = \ln 4$ ou $x = e^{-3}$

$S = \{\ln 4 ; e^{-3}\}$

(2)

$d)$ $11 - 5\ln x \geq 1$

$\Leftrightarrow -5\ln x \geq -10$

$\Leftrightarrow \ln x \leq \frac{-10}{-5}$

$\Leftrightarrow \ln x \leq 2$

$\Leftrightarrow x \leq e^2$

$S =]0 ; e^2]$

(2)

Exercice 2 : Résoudre l'inéquation afin de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $3 \times 1{,}05^n \geq 600$

2,5

$3 \times 1{,}05^n \geq 600$

$\Leftrightarrow 1{,}05^n \geq 200$

$\Leftrightarrow \ln(1{,}05^n) \geq \ln(200)$

$\Leftrightarrow n\ln(1{,}05) \geq \ln(200)$

$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(200)}{\ln(1{,}05)}$ or $\frac{\ln(200)}{\ln(1{,}05)} \approx 108{,}59$

donc le plus petit entier est $n = 109$

Exercice 3 : Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions f et g définies sur $]0\,;+\infty[$ par :

$f(x) = 3\,lnx + 5x^2 - 1$ $\qquad\qquad$ $g(x) = ln\,(x^2+3)$

$f'(x) = 3 \times \frac{1}{x} + 10x$

$= \frac{3}{x} + 10x$ $\quad$ 1,5

$\left(= \frac{3+10x^2}{x} \right)$

/3

$g'(x) = \frac{2x}{x^2+3}$ $\quad$ 1,5

$\left(\begin{array}{l} g = ln(u) \text{ avec} \\ u(x) = x^2+3 \\ u'(x) = 2x \\ \text{et } ln'(u) = \frac{u'}{u} \end{array} \right)$

Exercice 4 : Soit la fonction f définie sur $[1\,;20]$ par $f(x) = \frac{2lnx-3}{x}$

a/ Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{5-2lnx}{x^2}$

/5

b/ Etablir en justifiant le tableau de variation de f sur $[1\,;20]$

a) $f = \frac{u}{v}$ avec $u(x) = 2lnx - 3$ $\qquad v(x) = x$

$u'(x) = \frac{2}{x}$ $\qquad v'(x) = 1$

(2)

$f'(x) = \frac{\frac{2}{x} \times x - (2lnx - 3) \times 1}{x^2} = \frac{2 - 2lnx + 3}{x^2} = \frac{5 - 2lnx}{x^2}$

b) $5 - 2lnx \geqslant 0$

$\Leftrightarrow -2lnx \geqslant -5$

$\Leftrightarrow lnx \leqslant \frac{5}{2}$

$\Leftrightarrow x \leqslant e^{\frac{5}{2}}$

x	1		$e^{\frac{5}{2}}$		20	
$5-2lnx$		$+$	0	$-$		(1)
x^2			$+$			(0,25)
$f'(x)$		$+$	0	$-$		(0,25)
$f(x)$	-3	$\nearrow$	$\frac{2}{e^{5/2}} \approx 0,16$	$\searrow$	$\frac{2ln20-3}{20}$ [illegible]	(1)

Terminales Maths Complémentaires interrogation n°4 sujet 2 le 23.01.2024

NOM :

Prénom :

Cours : Compléter les égalités suivantes :

2,5

$ln(a \times b) =$ $\ln a + \ln b$ $ln(\frac{a}{b}) =$ $\ln a - \ln b$ $ln(a^n) =$ $n \ln a$ $ln(\sqrt{a}) =$ $\frac{1}{2}\ln a$

Si $f(x) = lnx$ alors $f'(x) =$ $\frac{1}{x}$

Applications

Exercice 1 : Résoudre dans $]0\,;+\infty[$ les équations suivantes :

7

$a)\ 3lnx + 5 = 11$

$\iff 3\ln x = 6$

$\iff \ln x = 2$

$\iff x = e^2$

$S = \{e^2\}$

(1,25)

$b)\ 0{,}5e^x - 4 = 11$

$\iff 0{,}5e^x = 15$

$\iff e^x = \frac{15}{0{,}5}$

$\iff e^x = 30$

$\iff x = \ln(30)$

$S = \{\ln(30)\}$

(1,25)

$c)\ (e^x - 3)(lnx + 4) = 0$

$\iff e^x - 3 = 0$ ou $\ln x + 4 = 0$

$\iff e^x = 3$ ou $\ln x = -4$

$\iff x = \ln 3$ ou $x = e^{-4}$

$S = \{\ln 3\,;e^{-4}\}$

(2)

$d)\ 1 - 5\ln x \geq 11$

$\iff -5\ln x \geqslant 10$

$\iff \ln x \leqslant \frac{10}{-5}$

$\iff \ln x \leqslant -2$

$\iff x \leqslant e^{-2}$

$S =]0\,;e^{-2}]$

(2,5)

Exercice 2 : Résoudre l'inéquation afin de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $5 \times 1{,}02^n \geq 600$

2,5

$5 \times 1{,}02^n \geqslant 600$

$\iff 1{,}02^n \geqslant 120$

$\iff \ln(1{,}02^n) \geqslant \ln(120)$

$\iff n\ln(1{,}02) \geqslant \ln(120)$

$\iff n \geqslant \frac{\ln(120)}{\ln(1{,}02)}$ or $\frac{\ln(120)}{\ln(1{,}02)} \approx 241{,}76$

donc le plus petit entier est $n = 242$

Exercice 3 : Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions f et g définies sur $]0;+\infty[$ par :

/3

$f(x) = 3\ln x + 2x - 1$

$g(x) = \ln(5 + 2x^2)$

$f'(x) = 3\times\frac{1}{x} + 2$

$= \frac{3}{x} + 2$ (1,5)

$\left(= \frac{3+2x}{x}\right)$

$g'(x) = \frac{4x}{5+2x^2}$ (1,5)

($g = \ln(u)$ avec $u(x) = 5+2x^2$, $u'(x) = 4x$ et $\ln'(u) = \frac{u'}{u}$)

Exercice 4 : Soit la fonction f définie sur $[1;20]$ par $f(x) = \frac{3\ln x - 3}{x}$

/5

a/ Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{-3\ln x + 6}{x^2}$

b/ Etablir en justifiant le tableau de variation de f sur $[1;20]$

a) $f = \frac{u}{v}$ avec $u(x) = 3\ln x - 3$ $\quad v(x) = x$

$u'(x) = \frac{3}{x}$ $\quad v'(x) = 1$

(2)

$f'(x) = \frac{\frac{3}{x}\times x - (3\ln x - 3)\times 1}{x^2} = \frac{3 - 3\ln x + 3}{x^2} = \frac{-3\ln x + 6}{x^2}$

b) $-3\ln x + 6 \geq 0$

$\Leftrightarrow -3\ln x \geq -6$

$\Leftrightarrow \ln x \leq 2$

$\Leftrightarrow x \leq e^2$

x	1		e^2		20	
$-3\ln x + 6$		$+$	0	$-$		(1,5)
x^2			$+$			(0,25)
$f'(x)$		$+$	0	$-$		(0,25)
$f(x)$	-3	$\nearrow$	$\frac{3}{e^2} \simeq 0,4$	$\searrow$	$\frac{3\ln 20 - 3}{20} \simeq 0,3$	(1)