Terminales Maths Complémentaires	interrogation n° 4 **CORRIGE**	le 28/01/2025

Nom :
Prénom :

Exercice 1
On estime que 15 % des élèves français sont gauchers. On considère une classe de 21 élèves et on note X la variable aléatoire associée au nombre d'élèves gauchers dans cette classe.

a) Quelle est la loi suivie par X ?

X suit la **loi binomiale** de paramètres $\boldsymbol{n = 21}$ **et** $\boldsymbol{p = 0,15}$

b) Calculer la probabilité qu'il y ait exactement 2 élèves gauchers dans cette classe. (arrondir au millième)

P (X = 2) = $\binom{21}{2} \times 0,15^2 \times (1-0,15)^{21-2} \simeq$ **0,215**

c) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins 4 élèves gauchers dans cette classe. (arrondir au millième)

$$\boldsymbol{P\ (X\ \geq\ 4)} =\ 1\ -\ P\ (X < 4) = 1 - P(X \leq 3\ ) \approx 1 - 0,611 \approx \boldsymbol{0,389}$$

d) Le professeur de mathématiques de cette classe estime qu'il y a plus de 99 % de chances qu'il y ait au moins un élève gaucher dans cette classe. A-t-il raison ?

$$\boldsymbol{P\ (X\ \geq\ 1)} =\ 1\ -\ P\ (X = 0) = 1 - \binom{21}{0} \times 0,15^0 \times (1-0,15)^{21} = 1 - 0,85^{21} \approx \boldsymbol{0,967}$$

Ainsi, la probabilité qu'il y ait au moins un élève gaucher dans cette classe est d'environ 0,967

il y a donc moins de 99 % de chances qu'il y ait au moins un élève gaucher dans cette classe.

Le professeur a donc TORT

e) Quel est, en moyenne, le nombre d'élèves gauchers dans une classe de 21 élèves ?

$\boldsymbol{E(X)} = n \times p = 21 \times 0,15\ = \boldsymbol{3,15}$

il y a donc **en moyenne environ 3 élèves gauchers** dans une classe de 21 élèves

Exercice 2

Alex est un joueur de basket qui s'entraîne en tentant le même tir à trois points jusqu'à ce qu'il le réussisse. On admet que le résultat d'une tentative ne dépend pas de ceux des tentatives précédentes. On sait que la probabilité qu'il réussisse ce tir à trois points est égale à 0,25.
X désigne la variable aléatoire égale au nombre de tentatives effectuées avant de réussir le 1er tir à trois points.

a) Quelle est la loi suivie par X ?

X suit la loi **géométrique** de paramètre **p = 0,25**

b) En moyenne, combien Alex doit-il réaliser de tentatives avant de réussir son 1er tir à trois points ?

$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0{,}25} = 4$ donc en moyenne, Alex doit réaliser 4 tentatives avant de réussir son 1er tir à trois ponts

c) Calculer la probabilité qu'Alex réussisse son 1er tir à trois points à la 5ème tentative.

$$\boldsymbol{P(X=5)} = p(1-p)^{5-1} = 0{,}25 \times (1-0{,}25)^4 = 0{,}25 \times 0{,}75^4 \approx \mathbf{0{,}079}$$

d) Calculer la probabilité qu'Alex réussisse son 1er tir à trois points en un maximum de 5 tentatives.

$$\boldsymbol{P(X \leq 5)} = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$$

$$= 0{,}25 + 0{,}25 \times 0{,}75^1 + 0{,}25 \times 0{,}75^2 + 0{,}25 \times 0{,}75^3 + 0{,}25 \times 0{,}75^4$$

$$\approx \mathbf{0{,}762}$$

e) Calculer P (X > 4) et interpréter le résultat.

$$\boldsymbol{P(X > 4)} = 1 - P(X \leq 4)$$

$$= 1 - (P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4))$$

$$= 1 - (0{,}25 + 0{,}25 \times 0{,}75^1 + 0{,}25 \times 0{,}75^2 + 0{,}25 \times 0{,}75^3)$$

$$\approx \mathbf{0{,}316}$$

Il y a donc environ 31,6 % de chances qu'Alex ait besoin de (strictement) plus de 4 tentatives avant de réussir son 1er tir à trois points

f) Calculer la probabilité qu'Alex réussisse son 1er tir à trois points en strictement plus de 10 tentatives sachant qu'il a déjà effectué plus de 7 tentatives sans réussir de tirs à trois points.

$$P_{(X>7)}(X > 10) = P_{(X>7)}(X > 10+3) = P(X > 3)$$

$$= 1 - P(X \leq 3)$$

$$= 1 - (P(X=1) + P(X=2) + P(X=3))$$

$$= 1 - (0{,}25 + 0{,}25 \times 0{,}75^1 + 0{,}25 \times 0{,}75^2)$$

$$\approx \mathbf{0{,}422}$$