

Nom :

Prénom :

Exercice 1

On estime que 15 % des élèves français sont gauchers. On considère une classe de 22 élèves et on note X la variable aléatoire associée au nombre d'élèves gauchers dans cette classe.

- a) Quelle est la loi suivie par X ?

X suit la **loi binomiale** de paramètres $n = 22$ et $p = 0,15$

- b) Calculer la probabilité qu'il y ait exactement 2 élèves gauchers dans cette classe.

$$P(X = 2) = \binom{22}{2} \times 0,15^2 \times (1 - 0,15)^{22-2} \approx 0,201$$

- c) Calculer la probabilité qu'il y ait au maximum 4 élèves gauchers dans cette classe.

$$P(X \leq 4) \approx 0,774$$

- d) Le professeur de mathématiques de cette classe estime qu'il y a plus de 99 % de chances qu'il y ait au moins un élève gaucher dans cette classe. A-t-il raison ?

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{22}{0} \times 0,15^0 \times (1 - 0,15)^{22} = 1 - 0,85^{22} \approx 0,972$$

Ainsi, la probabilité qu'il y ait au moins un élève gaucher dans cette classe est d'environ 0,972

il y a donc moins de 99 % de chances qu'il y ait au moins un élève gaucher dans cette classe.

Le professeur a donc TORT

- e) Quel est, en moyenne, le nombre d'élèves gauchers dans une classe de 22 élèves ?

$$E(X) = n \times p = 22 \times 0,15 = 3,3$$

il y a donc **en moyenne environ 3 élèves gauchers** dans une classe de 22 élèves

Exercice 2

A l'occasion d'Halloween, Pascal Oween a acheté un sachet de bonbons parmi lesquels 30 % sont au goût « farceur ».

Pascal Oween décide de manger au hasard des bonbons de son sachet jusqu'à ce qu'il obtienne son 1^{er} bonbon au goût « farceur ».

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de bonbons mangés par Pascal Oween pour avoir un 1^{er} bonbon au goût « farceur ».

a) Quelle est la loi suivie par X ?

X suit la loi **géométrique** de paramètre $p = 0,3$

b) En moyenne, combien Pascal Oween doit-il manger de bonbons pour avoir un 1^{er} bonbon au goût « farceur » ?

$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,3} \approx 3,3$ donc en moyenne, Pascal Oween doit manger environ 3 bonbons avant de manger son 1^{er} bonbon au goût « farceur »

c) Calculer la probabilité que Pascal Oween mange son 1^{er} bonbon au goût « farceur » au 5^{ème} bonbon.

$$P(X = 5) = p(1 - p)^{5-1} = 0,3 \times (1 - 0,3)^4 = 0,3 \times 0,7^4 \approx \mathbf{0,072}$$

d) Calculer la probabilité que Pascal Oween mange son 1^{er} bonbon au goût « farceur » en mangeant au maximum 6 bonbons.

$$\begin{aligned} P(X \leq 6) &= P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) \\ &= 0,3 + 0,3 \times 0,7^1 + 0,3 \times 0,7^2 + 0,3 \times 0,7^3 + 0,3 \times 0,7^4 + 0,3 \times 0,7^5 \\ &\approx \mathbf{0,882} \end{aligned}$$

e) Calculer la probabilité que Pascal Oween mange strictement plus de 10 bonbons avant d'avoir son 1^{er} bonbon au goût « farceur » sachant qu'il a déjà mangé 6 bonbons sans avoir de bonbons au goût « farceur ».

$$\begin{aligned} P_{(X>6)}(X > 10) &= P_{(X>6)}(X > 10 + 4) = P(X > 4) \\ &= 1 - P(X \leq 4) \\ &= 1 - (P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)) \\ &= 1 - (0,3 + 0,3 \times 0,7^1 + 0,3 \times 0,7^2 + 0,3 \times 0,7^3) \\ &\approx \mathbf{0,240} \end{aligned}$$