n° 75 p 25 $\quad B(x) = (4x^2+2x-2)e^{-x}$ sur $[0;8]$

1) on étudie le signe de $B(x)$, or $e^{-x} > 0$ et pour $4x^2+2x-2$, on a

$\Delta = 2^2 - 4\times4\times(-2) = 36 > 0$ d'où $x_1 = \frac{-2-\sqrt{36}}{2\times4} = -1$ et $x_2 = \frac{-2+\sqrt{36}}{2\times4} = 0{,}5$

ainsi

x	0		0,5		8
$4x^2+2x-2$		$-$	0	$+$	
e^{-x}			$+$		
$B(x)$		$-$	0	$+$	

$a = 4 > 0$

(sur $\mathbb{R}$, on a

x	$-\infty$		-1		$0{,}5$		$+\infty$
$4x^2+2x-2$		$+$	0	$-$	0	$+$	

)

Donc $B(x) \geq 0$ pour $x \in [0{,}5 ; 8]$ donc l'entreprise réalise des bénéfices si elle fabrique et vend entre 50 et 800 pièces

2) on étudie les variations de B or

$B = uv$ avec $u(x) = 4x^2+2x-2 \quad v(x) = e^{-x}$

$u'(x) = 8x+2 \quad v'(x) = -e^{-x}$ (forme $(e^u)' = u'e^u$)

or $(uv)' = u'v + uv'$ donc $B'(x) = (8x+2)e^{-x} + (4x^2+2x-2)(-e^{-x})$

$= e^{-x}(8x+2-4x^2-2x+2)$

$= e^{-x}(-4x^2+6x+4)$

alors

x	0		2		8
e^{-x}			$+$		
$-4x^2+6x+4$		$+$	0	$-$	
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
$B(x)$	-2	$\nearrow$	$18e^{-2}$	$\searrow$	$270e^{-8}$

$a = -4 < 0$

pour $-4x^2+6x+4$:

$\Delta = 6^2 - 4\times(-4)\times4 = 100$

$x_1 = \frac{-6-\sqrt{100}}{2\times(-4)} = 2$ et $x_2 = \frac{-6+\sqrt{100}}{2\times(-4)} = -0{,}5$

ainsi $B(x)$ est maximal pour $x = 2$ donc l'entreprise doit fabriquer et vendre 200 pièces pour réaliser le bénéfice maximal