n°97 p117 $\quad f(x) = \dfrac{x+2-\ln x}{x}$ sur $[1;25]$

1. a) $f = \dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = x+2-\ln x$ et $v(x) = x$

$u'(x) = 1 - \dfrac{1}{x}$ 0,5 $\quad v'(x) = 1$ 0,25

or $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ donc $f'(x) = \dfrac{(1-\frac{1}{x})\times x - (x+2-\ln x)\times 1}{x^2}$ 0,5

$= \dfrac{x-1-x-2+\ln x}{x^2}$ 0,5

$= \dfrac{\ln x - 3}{x^2}$ 0,25 $\quad$ 2

b)

x	1		e^3		25
$\ln x - 3$		$-$	0	$+$	
x^2			$+$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	3	$\searrow$	$\dfrac{e^3-1}{e^3} \simeq 0{,}950$	$\nearrow$	$\dfrac{27-\ln 25}{25} \simeq 0{,}951$

1,5 ← $\ln x - 3 \geqslant 0$
$\Leftrightarrow \ln x \geqslant 3$
$\Leftrightarrow x \geqslant e^3$

0,25

0,25 $\quad$ 3

1

c) le coût moyen est minimal lorsque f est minimal soit pour $x = e^3$

or $e^3 \simeq 20{,}09$ donc le coût moyen est minimal pour 20,09 centaines de pièces soit pour 2009 pièces fabriquées. 1 $\quad$ 2

Ce coût moyen minimal est alors de 0,95 € (car $f(e^3) \simeq 0{,}950$) 1

2). Sur $[1;e^3]$, le coût moyen décroit de 3 € à 0,95 € donc il est possible que ce coût moyen soit inférieur ou égal à 1,50 €. 1 $\quad$ 2

D'après la calculatrice, on a $f(x) = 1{,}5$ pour $\alpha \simeq 2{,}32$ donc le coût moyen est inférieur ou égal à 1,50 € à partir de 232 pièces fabriqués. 1

3) Le coût moyen ne peut pas être de 0,50 € car le coût moyen minimal est de 0,95 €. 1