

Exercice 1

$$f(t) = (0,04t^2 - 8t + 400)e^{0,02t} + 40 \quad \text{pour } t \in [0; 120]$$

1. $f(0) = (0,04 \times 0^2 - 8 \times 0 + 400)e^{0,02 \times 0} + 40 = 440$ donc il y avait 440 crapauds présents dans le lac lors de l'introduction des truites.

2. $f = u \times v + 40$ avec $u(t) = 0,04t^2 - 8t + 400$ $v(t) = e^{0,02t}$
 $u'(t) = 0,08t - 8$ $v'(t) = 0,02e^{0,02t}$

or $(uv)' = u'v + uv'$ donc $f'(t) = (0,08t - 8)e^{0,02t} + (0,04t^2 - 8t + 400) \times 0,02e^{0,02t}$
 $= e^{0,02t}(0,08t - 8 + (0,04t^2 - 8t + 400) \times 0,02)$
 $= e^{0,02t}(0,08t - 8 + 0,0008t^2 - 0,16t + 8)$

Ainsi $f'(t) = (0,0008t^2 - 0,08t)e^{0,02t}$

3. $0,0008t^2 - 0,08t$ est un trinôme dont les racines sont 0 et 100 et pour lequel $a = 0,0008 > 0$
Ainsi, on a :

t	0	100	120
$0,0008t^2 - 0,08t$	0	— 0	+
$e^{0,02t}$		+	
$f'(t)$	0	— 0	+
$f(t)$	440	40	216,37

4. Selon cette modélisation :

- Le nombre de crapauds atteint son minimum au bout de 100 jours. Et le nombre minimum de crapauds est de 40.
- Après avoir atteint son minimum de 40 le 100^{ème} jour, le nombre de crapauds augmente constamment de 40 crapauds à environ 216, donc il dépassera un jour 140.
- D'après la calculatrice, le nombre de crapauds dépassera 140 individus au bout de 116 jours (car $f(115) \approx 130$ et $f(116) \approx 144$)