

Nom :

Prénom :

Exercice 1

Une étude a montré que dans un camping du Sud de la France :

- 57% des clients sont français et les autres sont étrangers.
- Parmi les clients français, 30 % d'entre eux parlent anglais correctement
- Parmi les clients étrangers, 90 % d'entre eux parlent anglais correctement

Un touriste anglais arrive dans ce camping et s'adresse à un campeur.

On définit les événements suivants : F : « le campeur est un français » et A : « le campeur parle anglais correctement »

- Traduire chaque donnée de l'énoncé par une probabilité.
- Montrer que la probabilité que le campeur parle anglais est de 0,558 (on pourra s'aider d'un arbre de probabilités)
- Le campeur parle anglais correctement. Quelle est la probabilité qu'il soit français ?
- Calculer la probabilité que le campeur soit français sachant qu'il ne parle pas anglais correctement.

$$a) \quad p(F) = 0,57 \qquad p_F(A) = 0,3 \qquad p_{\bar{F}}(A) = 0,9$$

- b) F et \bar{F} forment une partition de l'univers et d'après la formule des probabilités totales

$$P(A) = p(F \cap A) + p(\bar{F} \cap A) = 0,57 \times 0,3 + 0,43 \times 0,9 = 0,171 + 0,387 = 0,558$$

c) La probabilité recherchée est $p_A(F) = \frac{p(F \cap A)}{p(A)} = \frac{0,171}{0,558} \approx 0,306$

d) Il faut calculer $p_{\bar{A}}(F) = \frac{p(F \cap \bar{A})}{p(\bar{A})}$

$$\text{or } p(F \cap \bar{A}) = 0,57 \times 0,7 = 0,399 \quad \text{et } p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0,558 = 0,442$$

$$\text{ainsi } p_{\bar{A}}(F) = \frac{p(F \cap \bar{A})}{p(\bar{A})} = \frac{0,399}{0,442} \approx 0,903$$

Exercice 2

Une télévendeuse prospecte des clients par téléphone.

On considère que 15 % des clients contactés sont intéressés par l'offre proposée par la télévendeuse. La télévendeuse contacte 20 clients au hasard et le comportement d'un client est indépendant de celui des autres clients.

X est la variable aléatoire associée au nombre de clients intéressés par l'offre proposée

1/ On admet que X suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,15$

2/ Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'exactly 4 clients soient intéressés par l'offre proposée.

$$p(X=4) = \binom{20}{4} \times 0,15^4 \times (1 - 0,15)^{16} \approx 0,182$$

3/ Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'au moins un client soit intéressé par l'offre proposée.

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X \leq 0) = 1 - \binom{20}{0} \times 0,15^0 \times (1 - 0,15)^{20} = 1 - 0,85^{20} \approx 1 - 0,039 \approx 0,961$$

4/ Calculer $E(X)$. Interpréter le résultat.

$$E(X) = n \times p = 20 \times 0,15 = 3$$

Sur un grand nombre de groupes de 20 clients, il y a en moyenne 3 clients intéressés par l'offre proposée