

Nom :

Prénom :

Exercice 1

Soit 2 événements A et B tels que $P(A) = 0,35$ $P(B) = 0,56$ et $P_A(B) = 0,6$.
Calculer $P_B(A)$

$$\text{D'après la formule de Bayes, } P_B(A) = \frac{p(A) \times p_A(B)}{p(B)} = \frac{0,35 \times 0,6}{0,56} = 0,375$$

Exercice 2 On étudie les résultats à l'examen du permis de conduire d'une auto-école. Cette étude montre que :

- 42 % des élèves ont suivi la formation par conduite accompagnée.
- Parmi les élèves ayant suivi la formation par conduite accompagnée, 90 % d'entre eux ont été reçu à l'examen du permis de conduire.
- Parmi les élèves qui n'ont pas suivi la formation par conduite accompagnée, 75 % d'entre eux ont été reçu à l'examen du permis de conduire.

On choisit un élève au hasard parmi les élèves de cette auto-école et on note A l'événement : « l'élève a suivi la formation par conduite accompagnée » et R l'événement « l'élève a été reçu à l'examen du permis de conduire »

- Traduire chaque donnée de l'énoncé par une probabilité.
- Montrer que la probabilité que l'élève soit reçu à l'examen du permis de conduire est égale à 0,813 (on pourra s'aider d'un arbre de probabilités)
- Un élève a été reçu à l'examen du permis de conduire. Quelle est la probabilité qu'il ait suivi la formation par conduite accompagnée ?
- Le responsable de cette auto-école affirme que plus de trois-quarts des candidats qui n'ont pas été reçus à l'examen du permis de conduire n'ont pas suivi la formation par conduite accompagnée. Cette affirmation est-elle exacte ?

$$\text{a) } p(A) = 0,42 \quad p_A(R) = 0,90 \quad p_{\bar{A}}(R) = 0,75$$

b) A et \bar{A} forment une partition de l'univers et d'après la formule des probabilités totales

$$P(R) = p(A \cap R) + p(\bar{A} \cap R) = 0,42 \times 0,9 + 0,58 \times 0,75 = 0,378 + 0,435 = 0,813$$

$$\text{c) La probabilité recherchée est } p_R(A) = \frac{p(A \cap R)}{p(R)} = \frac{0,378}{0,813} \approx 0,465$$

$$\text{d) Il faut calculer } p_{\bar{R}}(\bar{A}) = \frac{p(\bar{A} \cap \bar{R})}{p(\bar{R})}$$

$$\text{or } p(\bar{A} \cap \bar{R}) = 0,58 \times 0,25 = 0,145 \quad \text{et } p(\bar{R}) = 1 - p(R) = 1 - 0,813 = 0,187$$

$$\text{ainsi } p_{\bar{R}}(\bar{A}) = \frac{p(\bar{A} \cap \bar{R})}{p(\bar{R})} = \frac{0,145}{0,187} \approx 0,775 > 0,75 \quad \text{donc l'affirmation est exacte}$$