

Ex 1 Déterminer une équation cartésienne d'un plan

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(3; -1; 4)$, $B(0; 5; 1)$, $C(0; -1; -1)$ et le vecteur $\vec{n}(5; 1; -3)$.

1. Vérifier que les points A, B, C ne sont pas alignés.
2. a) Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan (ABC).
- b) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

Méthode

- Pour démontrer qu'un vecteur est normal à un plan $\mathcal{P}$, on prouve qu'il est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$.
- Pour déterminer une équation cartésienne $ax + by + cz + d = 0$ d'un plan $\mathcal{P}$, on remplace a , b et c dans cet ordre par les coordonnées d'un vecteur normal à $\mathcal{P}$ et on détermine d à l'aide d'un point du plan.

Ex 2 Déterminer une représentation paramétrique

L'espace est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points $A(-2; 3; 1)$ et $B(5; 2; -2)$.

- a) Écrire une représentation paramétrique de la droite (AB).
- b) Les points $M(-9; 4; 4)$ et $N(12; 1; 1)$ appartiennent-ils à cette droite?

Méthode

- Pour écrire une représentation paramétrique d'une droite, on détermine un point et un vecteur directeur de cette droite.
- À chaque valeur du nombre réel t , correspond un point $M(t)$ de la droite (AB). Réciproquement à chaque point M de la droite (AB) correspond un nombre réel t .

À votre tour

Ex 3 Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(1; -1; 0)$, $B(-2; 2; 6)$, $C(3; 1; -8)$ et le vecteur $\vec{n}(3; 1; 1)$.

1. Vérifier que les points A, B, C ne sont pas alignés.
2. a) Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan (ABC).
- b) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

Ex 4 Dans un repère orthonormé, un plan $\mathcal{P}$ a pour vecteur normal $\vec{n}(-1; 2; 1)$ et passe par le point $A(3; 1; 0)$.

Démontrer qu'une équation de $\mathcal{P}$ est :
 $x - 2y - z - 1 = 0$.

Ex 5 L'espace est muni d'un repère orthonormé. Dans chaque cas, donner une équation cartésienne du plan passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$.

- a) $A(2; 1; 5)$ et $\vec{n}(-1; 1; 4)$
- b) $A(0; 0; 0)$ et $\vec{n}(2; -1; 1)$
- c) $A(3; -1; -1)$ et $\vec{n}(0; 0; 1)$
- d) $A(-2; 1; 5)$ et $\vec{n}(-3; 2; 0)$

Ex 6 Dans un repère orthonormé, A et B sont les points de coordonnées respectives $(3; 2; 0)$ et $(5; 1; -1)$.

$\mathcal{P}$ est le plan passant par A et orthogonal à la droite (AB).

- a) Donner un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.
- b) En déduire une équation cartésienne de $\mathcal{P}$.

À votre tour

Ex 7 L'espace est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points $A(2; 4; 3)$ et $B(-1; -1; -2)$.

- a) Écrire une représentation paramétrique de la droite (AB).
- b) Les points $P(-4; -6; -7)$ et $Q(9; 14; 13)$ appartiennent-ils à cette droite?

Ex 8 L'espace est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points $A(2; -4; 3)$, $B(-4; 2; 5)$ et $C(-2; -2; 5)$.

1. Écrire une représentation paramétrique :
 a) de la médiane issue de B dans le triangle ABC;
 b) de la médiane issue de C dans le triangle ABC.
2. En déduire les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC.

Ex 9 Intersection entre une droite et un plan

Soit $\mathcal{P}$ le plan passant par $A(3; 1; 0)$ et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par $B(5; 2; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Justifier que $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$ sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.