ex1 1) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-3\\6\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix}-3\\0\\-5\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires donc A,B,C ne sont pas alignés

2) $\left.\begin{array}{l}\vec{n}\cdot\vec{AB} = 5\times(-3) + 1\times 6 + (-3)\times(-3) = 0\\ \vec{n}\cdot\vec{AC} = 5\times(-3) + 1\times 0 + (-3)\times(-5) = 0\end{array}\right\}$ donc $\vec{n}$ est normal au plan (ABC)

3) Une équation cartésienne de (ABC) est $5x + y - 3z + d = 0$

or $A(3;-1;4) \in (ABC)$ d'où $5\times 3 + (-1) - 3\times 4 + d = 0 \iff 2 + d = 0 \iff d = -2$

ainsi (ABC) a pour équation cartésienne $5x + y - 3z - 2 = 0$

ex2 a) la droite (AB) a pour vecteur directeur $\vec{AB}\begin{pmatrix}7\\-1\\-3\end{pmatrix}$ et passe par $A(-2;3;1)$

donc une représentation paramétrique de (AB) est $\begin{cases}x = -2+7t\\ y = 3-t\\ z = 1-3t\end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

(remarque : on peut aussi choisir le point B)

b) $M(-9;4;4) \in (AB) \iff \begin{cases}-9 = -2+7t\\ 4 = 3-t\\ 4 = 1-3t\end{cases} \iff \begin{cases}-7 = 7t\\ 1 = -t\\ 3 = -3t\end{cases} \iff \begin{cases}t = -1\\ t = -1\\ t = -1\end{cases}$ donc $M \in (AB)$

$N(12;1;1) \in (AB) \iff \begin{cases}12 = -2+7t\\ 1 = 3-t\\ 1 = 1-3t\end{cases} \iff \begin{cases}14 = 7t\\ -2 = -t\\ 0 = -3t\end{cases} \iff \begin{cases}t = 2\\ t = 2\\ t = 0 \neq 2\end{cases}$ donc $N \notin (AB)$

ex3 2) b) $(ABC) : 3x + y + z - 2 = 0$

ex5 a) $-x + y + 4z - 19 = 0$

b) $2x - y + z = 0$

c) $z + 1 = 0$

d) $-3x + 2y - 8 = 0$

ex6 a) $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\-1\\-1\end{pmatrix}$ est normal à $\mathcal{P}$

b) $\mathcal{P} : 2x - y - z - 4 = 0$

ex7 a) $\begin{cases}x = 2-3t\\ y = 4-5t\\ z = 3-5t\end{cases}$ b) $P \in (AB)$ $(t = 2)$

$Q \notin (AB)$

ex8 1) a) $\begin{cases}x = -4+4t\\ y = 2-5t\\ z = 5-t\end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ b) $\begin{cases}x = -2+t'\\ y = -2+t'\\ z = 5-t'\end{cases}$ $t' \in \mathbb{R}$

2) $G\left(-\frac{4}{3} ; -\frac{4}{3} ; \frac{13}{3}\right)$

ex9 $\vec{n}\cdot\vec{u} = 3\times 2 + 2\times(-1) + (-2)\times 3 = -2 \neq 0$

donc $\vec{n}$ et $\vec{u}$ ne sont pas orthogonaux donc $\mathcal{D}$ n'est pas parallèle à $\mathcal{P}$ donc $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ sont sécants en K

$\mathcal{P} : 3x + 2y - 2z - 11 = 0$ $\mathcal{D}\begin{cases}x = 5+2t\\ y = 2-t\\ z = 1+3t\end{cases}$ $K(11;-1;10)$

(pour $t = 3$)