Exercice 1 : limites et opérations

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3-5n^2+2$ b) $\lim\limits_{n\to+\infty}(3n+2)(1-n)$ c) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^2-1}{n^2+1}$ d) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5}{2\sqrt{n}-1}$

e) $\lim\limits_{n\to+\infty} 2n^3+3n-1$ f) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^2-2n}{n+3}$ g) $\lim\limits_{n\to+\infty}(5n-1)(3+\frac{1}{n})$ h) $\lim\limits_{n\to+\infty} -2n^2+10n$

i) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3n+1}{n^2+n}$ j) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2n}{3n+5}$ k) $\lim\limits_{n\to+\infty} 6-\frac{2}{n+3}$ l) $\lim\limits_{n\to+\infty} 2n-\sqrt{n}$

m) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{6n^2+3n+5}{2n^2-5n+1}$ n) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3}{\sqrt{n}}-5n$ o) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2n^3+3}{5n^4-8n^2+n}$

Exercice 2 : limites et comparaison

En utilisant le théorème de comparaison ou des gendarmes, déterminer la limite des suites de terme général u_n suivantes :

a) $u_n = \frac{\sin(n)}{n}$ b) $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$ c) $u_n = n^2 + n\times(-1)^n$ d) $u_n = -n + sin(n)$ e) $u_n = n + 3\times(-1)^n$

Exercice 3 : limites de q^n

Déterminer les limites des suites suivantes :

a/ $u_n = 3\times 0{,}4^n$ b/ $u_n = 10-8\times 1{,}2^n$ c/ $u_n = 5\times(1+(\sqrt{3})^n)$

d/ $u_n = \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}}$ e/ $u_n = \frac{5}{2\times 0{,}9^n}$ f/ $u_n = 1{,}5\times\left(\frac{3}{7}\right)^n+\frac{4}{7}$

Exercice 4 : études de suite

1^er^ cas :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 8$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 3u_n - 12$

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 6$.

a/ Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1er terme.
b/ En déduire l'expression de v_n puis celle de u_n en fonction de n.
c/ Déterminer la limite de la suite (u_n).

2ème cas :

On considère la suite définie par $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 2$ *et* $u_0 = 5$

a/ Démontrer par récurrence que pour tout entier n, $u_n \geq 4$
b/ Déterminer le sens de variation de la suite (u_n)
c/ Justifier que la suite (u_n) converge.
d/ Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).