

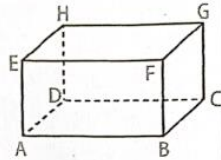
Calculer des produits scalaires

Ex 1

Soit ABCDEFGH un parallélépipède rectangle tel que $AB = 8$, $AE = 4$ et $FG = 4$.

Calculer les produits scalaires suivants :

- a. $\vec{BC} \cdot \vec{BG}$ b. $\vec{AB} \cdot \vec{AF}$ c. $\vec{BC} \cdot \vec{HF}$



Orthogonalité de droites et de plans

Ex 2

Soit les points $A(-5; -4; 9)$, $B(-4; -10; 12)$, $C(-3; -2; 10)$, $D(7; 1; -5)$ et $E(-5; 6; 9)$.

- Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
- Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont orthogonales.
- Démontrer que la droite (DE) est orthogonale au plan (ABC).

Ex 3 Soit les points $A(7; -1; 8)$, $B(10; 3; 6)$, $C(1; -2; 6)$ et $D(-5; 2; 5)$.

Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

Ex 4 Soit les points $M(2; 5; -3)$, $N(11; 8; -1)$, $R(1; -3; 7)$ et $S(2; -6; 7)$.

Démontrer que les droites (MN) et (RS) sont orthogonales.

Ex 5 Soit les points $A(1; 1; 1)$, $B(3; 0; 0)$, $C(2; 1; 0)$, $D(8; -1; 3)$ et $E(12; 3; 7)$.

- Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
- Démontrer que la droite (DE) est orthogonale au plan (ABC).

Ex 6

Déterminer si un vecteur est normal à un plan

L'espace étant muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(2; -3; 5)$, $B(1; 0; 7)$ et $C(-4; 1; 3)$.

- Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
- Démontrer que le vecteur $\vec{n}(1; 1; -1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).

Ex 7

Utiliser la projection orthogonale pour déterminer la distance d'un point à une droite ou un plan

L'espace étant muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(2; 3; 3)$, $B(-1; 17; -17)$ et le vecteur $\vec{n}(2; 3; -4)$.

On note \mathcal{P} le plan passant par A et de vecteur normal \vec{n} .

- Démontrer que le point $H(-9; 5; -1)$ appartient à \mathcal{P} .
- a. Démontrer que H est le projeté orthogonal de B sur \mathcal{P} .
b. En déduire la distance du point B au plan \mathcal{P} .
- Soit $C(5; 11; -5)$.
a. Justifier que C est le projeté orthogonal de H sur la droite (BC).
b. Calculer la distance du point H à la droite (BC).

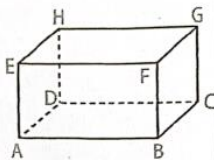
Calculer des produits scalaires

Ex 1

Soit ABCDEFGH un parallélépipède rectangle tel que $AB = 8$, $AE = 4$ et $FG = 4$.

Calculer les produits scalaires suivants :

- a. $\vec{BC} \cdot \vec{BG}$ b. $\vec{AB} \cdot \vec{AF}$ c. $\vec{BC} \cdot \vec{HF}$



Orthogonalité de droites et de plans

Ex 2

Soit les points $A(-5; -4; 9)$, $B(-4; -10; 12)$, $C(-3; -2; 10)$, $D(7; 1; -5)$ et $E(-5; 6; 9)$.

- Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
- Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont orthogonales.
- Démontrer que la droite (DE) est orthogonale au plan (ABC).

Ex 3 Soit les points $A(7; -1; 8)$, $B(10; 3; 6)$, $C(1; -2; 6)$ et $D(-5; 2; 5)$.

Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

Ex 4 Soit les points $M(2; 5; -3)$, $N(11; 8; -1)$, $R(1; -3; 7)$ et $S(2; -6; 7)$.

Démontrer que les droites (MN) et (RS) sont orthogonales.

Ex 5 Soit les points $A(1; 1; 1)$, $B(3; 0; 0)$, $C(2; 1; 0)$, $D(8; -1; 3)$ et $E(12; 3; 7)$.

- Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
- Démontrer que la droite (DE) est orthogonale au plan (ABC).

Ex 6

Déterminer si un vecteur est normal à un plan

L'espace étant muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(2; -3; 5)$, $B(1; 0; 7)$ et $C(-4; 1; 3)$.

- Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
- Démontrer que le vecteur $\vec{n}(1; 1; -1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).

Ex 7

Utiliser la projection orthogonale pour déterminer la distance d'un point à une droite ou un plan

L'espace étant muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(2; 3; 3)$, $B(-1; 17; -17)$ et le vecteur $\vec{n}(2; 3; -4)$.

On note \mathcal{P} le plan passant par A et de vecteur normal \vec{n} .

- Démontrer que le point $H(-9; 5; -1)$ appartient à \mathcal{P} .
- a. Démontrer que H est le projeté orthogonal de B sur \mathcal{P} .
b. En déduire la distance du point B au plan \mathcal{P} .
- Soit $C(5; 11; -5)$.
a. Justifier que C est le projeté orthogonal de H sur la droite (BC).
b. Calculer la distance du point H à la droite (BC).