Term Spé Maths	**Maths : Accompagnement personnalisé : révision**

Exercice 1

On injecte à un patient 2 mg de médicament. Puis toutes les heures, on réinjecte une dose de 1,8 mg. Une heure après une injection, la quantité de médicament dans le sang a diminué de 30% par rapport à la quantité présente immédiatement après cette injection. La suite (u_n) désigne la quantité de médicament en mg, présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la n-ième heure. On a donc $u_0 = 2$.

1. Calculer u_1.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. **a.** Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \leqslant u_{n+1} < 6$
b. En déduire que (u_n) est convergente. On note ℓ sa limite.
c. Déterminer la valeur de ℓ. Interpréter.
4. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = 6 - u_n$.
a. Montrer que (v_n) est géométrique. Préciser la raison q et v_0.
b. Exprimer v_n en fonction de n, puis u_n en fonction de n.
c. On arrête les injections lorsque la quantité de médicament présente dans le sang du patient est supérieure ou égale à $5,5$ mg. Déterminer le nombre d'injections réalisées.

Exercice 2

Dans une école de statistique, après étude des dossiers des candidats, le recrutement se fait de deux façons :

- 10 % des candidats sont sélectionnés sur dossier. Ces candidats doivent ensuite passer un oral à l'issue duquel 60 % d'entre eux sont finalement admis à l'école.
- Les candidats n'ayant pas été sélectionnés sur dossier passent une épreuve écrite à l'issue de laquelle 20 % d'entre eux sont admis à l'école.

Partie 1

On choisit au hasard un candidat à ce concours de recrutement. On notera :

- D l'évènement « le candidat a été sélectionné sur dossier » ;
- A l'évènement « le candidat a été admis à l'école » ;
- $\overline{D}$ et $\overline{A}$ les évènements contraires des évènements D et A respectivement.

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le candidat soit sélectionné sur dossier et admis à l'école.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement A est égale à 0,24.
4. On choisit au hasard un candidat admis à l'école. Quelle est la probabilité que son dossier n'ait pas été sélectionné ?

Partie 2

1. On admet que la probabilité pour un candidat d'être admis à l'école est égale à 0,24.
   On considère un échantillon de sept candidats choisis au hasard, en assimilant ce choix à un tirage au sort avec remise. On désigne par X la variable aléatoire dénombrant les candidats admis à l'école parmi les sept tirés au sort.
   a. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Quels sont les paramètres de cette loi ?
   b. Calculer la probabilité qu'un seul des sept candidats tirés au sort soit admis à l'école. On donnera une réponse arrondie au centième.
   c. Calculer la probabilité qu'au moins deux des sept candidats tirés au sort soient admis à cette école. On donnera une réponse arrondie au centième.
2. Un lycée présente n candidats au recrutement dans cette école, où n est un entier naturel non nul.
   On admet que la probabilité pour un candidat quelconque du lycée d'être admis à l'école est égale à 0,24 et que les résultats des candidats sont indépendants les uns des autres.
   a. Donner l'expression, en fonction de n, de la probabilité qu'aucun candidat issu de ce lycée ne soit admis à l'école.
   b. À partir de quelle valeur de l'entier n la probabilité qu'au moins un élève de ce lycée soit admis à l'école est-elle supérieure ou égale à 0,99 ?

<u>Exercice 3 :</u> Etudier la convexité de chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par les expressions suivantes :

$f(x) = 6e^{-0,5x+3} + 10x + 6$ $\qquad$ $g(x) = (5x+5)e^x$