Ex2 $A(1;-3;2)$ $B(7;-1;6)$ $C(10;1;2)$ $D(-2;-3;-6)$

a) $\vec{CM} = \frac{1}{4}\vec{DC}$

$$\begin{pmatrix} x_M - 10 \\ y_M - 1 \\ z_M - 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 10-(-2) \\ 1-(-3) \\ 2-(-6) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_M - 10 \\ y_M - 1 \\ z_M - 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 10 = 3 \\ y_M - 1 = 1 \\ z_M - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 13 \\ y_M = 2 \\ z_M = 4 \end{cases}$$ donc $M(13;2;4)$

b) $\vec{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ or $\frac{9}{6} \neq \frac{4}{2} \neq \frac{0}{4}$ donc $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires donc A, B, C ne sont pas alignés (et ils définissent un plan)

c) $D \in (ABC)$ ssi il existe 2 réels α et β tels que

$\vec{AD} = \alpha\vec{AB} + \beta\vec{AC}$

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 6\alpha + 9\beta \\ 0 = 2\alpha + 4\beta \\ -8 = 4\alpha + 0\beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 6\alpha + 9\beta \\ 0 = 2\alpha + 4\beta \\ -8 = 4\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 6\times(-2) + 9\beta \\ 0 = 2\times(-2) + 4\beta \\ \alpha = \frac{-8}{4} = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 + 12 = 9\beta \\ 4 = 4\beta \\ \alpha = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = 9\beta \\ \beta = 1 \\ \alpha = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 1 \\ \beta = 1 \\ \alpha = -2 \end{cases}$$

donc $\vec{AD} = -2\vec{AB} + \vec{AC}$ ce qui prouve que $D \in (ABC)$