Exercice 1

① $u_n = 1-\left(\frac{1}{4}\right)^n$ et $v_n = 1+\left(\frac{1}{4}\right)^n$

or $-1 < \frac{1}{4} < 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$ ainsi $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$

or pour tout entier n, $u_n \leq w_n \leq v_n$, donc d'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 1$ ce qui signifie que la suite (w_n) converge vers 1 L'affirmation 1 est vraie.

② $f(x) = (1+2x^2)e^{x^2}$ sur $\mathbb{R}$

$F(x) = xe^{x^2}$ donc $F'(x) = 1\times e^{x^2} + x\times 2x e^{x^2} = e^{x^2} + 2x^2e^{x^2} = e^{x^2}(1+2x^2) = f(x)$

ainsi F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. L'affirmation 2 est vraie

③ Soit X le nombre d'octets transmis sans erreur.

X suit la loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0,88$ 0,25

ainsi la probabilité qu'au moins un octet soit transmis sans erreur est

$p(X\geq 1) = 1-p(X=0) = 1-\binom{10}{0}\times 0,88^0\times(1-0,88)^{10} = 1-0,12^{10} \neq 1-0,88^{10}$ 0,25 0,25 0,25

L'affirmation 3 est fausse

④ Dans le contexte précédent, on cherche la plus grande valeur de n telle que

$p(X=n) \geq 0,1$ 0,25

$\Leftrightarrow \binom{n}{n}\times 0,88^n\times(1-0,88)^0 \geq 0,1$ 0,25

$\Leftrightarrow 0,88^n \geq 0,1$

$\Leftrightarrow \ln(0,88^n) \geq \ln(0,1)$

$\Leftrightarrow n\ln(0,88) \geq \ln(0,1)$ 0,25

$\Leftrightarrow n \leq \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,88)}$

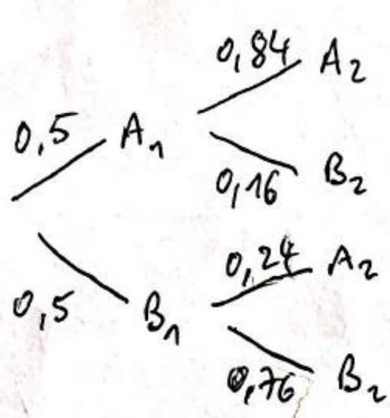
or $\frac{\ln(0,1)}{\ln(0,88)} \approx 18,01$

donc le plus grand entier recherché est $N_0 = 18$. 0,25

L'affirmation 4 est fausse.

REVISION BAC : Exercice 2 /6

1)



0,5

2) a) $a_2 = p(A_2) = p(A_1 \cap A_2) + p(B_1 \cap B_2)$ d'après la formule des probabilités totales

$= p(A_1) \times p_{A_1}(A_2) + p(B_1) \times p_{B_1}(B_2)$

0,75

$= 0,5 \times 0,84 + 0,5 \times 0,24$

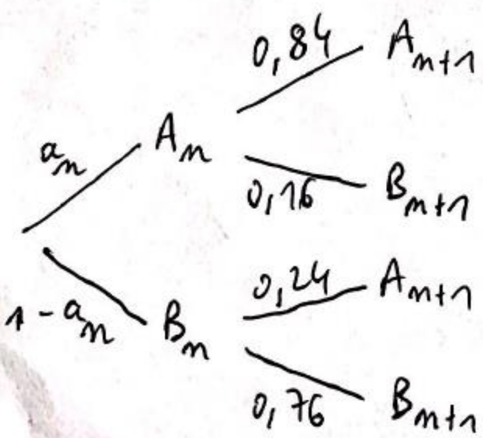
$= 0,54$

b) la probabilité recherchée est $p_{A_2}(B_1) = \dfrac{p(A_2 \cap B_1)}{p(A_2)} = \dfrac{0,5 \times 0,24}{0,54}$

0,75

$\approx 0,222$ arrondi

3) a)



0,25

b) $a_{n+1} = p(A_{n+1})$ et d'après la formule des probabilités totales,

on a $a_{n+1} = p(A_n) \times p_{A_n}(A_{n+1}) + p(B_n) \times p_{B_n}(A_{n+1})$

$= a_n \times 0,84 + (1-a_n) \times 0,24$

$= 0,84 a_n + 0,24 - 0,24 a_n$

$= 0,6 a_n + 0,24$

0,5

4) $v_n = a_n - 0,6$ d'où $a_n = v_n + 0,6$

a) $v_{n+1} = a_{n+1} - 0,6 = 0,6a_n + 0,24 - 0,6 = 0,6(v_n + 0,6) - 0,36 = 0,6v_n \cancel{+0,36} \cancel{-0,36}$

ainsi $v_{n+1} = 0,6v_n$ donc (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,6$ et de 1er terme $v_1 = a_1 - 0,6 = 0,5 - 0,6 = -0,1$ (1)

b) Puisque le 1er terme est v_1, on a alors $v_n = v_1 \times q^{n-1}$

soit $v_n = -0,1 \times 0,6^{n-1}$ (0,25) or $a_n = v_n + 0,6$ d'où $a_n = -0,1 \times 0,6^{n-1} + 0,6$ (0,25)

c) $-1 < 0,6 < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,6^{n-1} = 0$ ainsi $\lim\limits_{n \to +\infty} -0,1 \times 0,6^{n-1} = 0$

et $\lim\limits_{n \to +\infty} -0,1 \times 0,6^{n-1} + 0,6 = 0,6$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n = 0,6$ (0,5)

ce qui signifie, qu'à <u>long terme</u>, la probabilité qu'un vélo se trouve au <u>point A est de 0,6</u>. (0,25)

5). $a_n \geq 0,599$

$\Leftrightarrow -0,1 \times 0,6^{n-1} + 0,6 \geq 0,599$

$\Leftrightarrow -0,1 \times 0,6^{n-1} \geq -0,001$

$\Leftrightarrow 0,6^{n-1} \leq \dfrac{-0,001}{-0,1}$

$\Leftrightarrow 0,6^{n-1} \leq 0,01$ (0,25)

$\Leftrightarrow \ln(0,6^{n-1}) \leq \ln(0,01)$

$\Leftrightarrow (n-1)\ln(0,6) \leq \ln(0,01)$

$\Leftrightarrow n-1 \geq \dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,6)}$ (car $\ln(0,6) < 0$)

$\Leftrightarrow n \geq \dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,6)} + 1$ (0,25)

or $\dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,6)} + 1 \simeq 10,01$

donc le plus petit entier n recherché est 11 (0,25)

Ce qui signifie que la probabilité que le vélo soit au point A sera supérieure à 0,599 à partir du 11ème jour (0,25)