Terminales Spé	**MATHEMATIQUES** : DS n° 1	10/11/2025
Durée : 1 h 50	*Calculatrice autorisée*	

EXERCICE 1 : 9 points

Au 1er janvier 2020, la centrale solaire de Big Sun possédait 10 560 panneaux solaires.
On observe, chaque année, que 2 % des panneaux se sont détériorés et nécessitent d'être retirés tandis que 250 nouveaux panneaux solaires sont installés.

Partie A - Modélisation à l'aide d'une suite

On modélise l'évolution du nombre de panneaux solaires par la suite (u_n) définie par $u_0 = 10560$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,98u_n + 250$, où u_n est le nombre de panneaux solaires au 1er janvier de l'année $2020 + n$.

1. **a.** Expliquer en quoi cette modélisation correspond à la situation étudiée.

   b. On souhaite savoir au bout de combien d'années le nombre de panneaux solaires sera strictement supérieur à 12 000.
   À l'aide de la calculatrice, donner la réponse à ce problème.

   c. Recopier et compléter le programme en Python ci-dessous de sorte que la valeur cherchée à la question précédente soit stockée dans la variable n à l'issue de l'exécution de ce dernier.

```
u = 10560
n= 0
while ...... :
    u = ......
    n = ......
```

2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $u_n \leqslant 12500$.

3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

4. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 12500$, pour tout entier naturel n.

   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,98 dont on précisera le premier terme.

   b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

   c. En déduire, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

   d. Calculer u_{30} et interpréter le résultat.

Partie B - Modélisation à l'aide d'une fonction

Une modélisation plus précise a permis d'estimer le nombre de panneaux solaires de la centrale à l'aide de la fonction f définie pour tout $x \in [0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = 12\,500 - 500e^{-0,02x + 1,4}$$

où x représente le nombre d'années écoulées depuis le 1er janvier 2020.

1. Etudier le sens de variation de la fonction f
2. En utilisant ce modèle, déterminer au bout de combien d'années le nombre de panneaux solaires dépassera 12 000

EXERCICE 2 : 5 points

A l'occasion d'Halloween, Pascal Oween a acheté un sachet de « bonbons farceurs ». Ces bonbons sont, soit de couleur noire, soit de couleur orange et sont au goût « farceur » ou non.
Parmi ces bonbons, 60% sont de couleur noire.
Sur le sachet est indiqué que 40 % des bonbons de couleur noire sont au goût « farceur » alors que seuls 20 % des bonbons de couleur orange sont au goût « farceur ».

Pascal Oween choisit un bonbon au hasard dans le sachet et on considère les événements :

- F : « le bonbon a un goût farceur »
- N : « le bonbon est de couleur noire ».

1/ Etablir un arbre pondéré illustrant la situation.

2/ Montrer que la probabilité que le bonbon choisi soit au goût « farceur » est égale à 0,32.

3/ Déterminer la probabilité que le bonbon soit de couleur noire sachant qu'il a un goût « farceur »

4/ On sait que le coût d'un bonbon farceur noir est 0,30 €, celui d'un bonbon farceur orange est 0,40 € et pour les autres le coût est 0,10 €.

a) Soit X la variable aléatoire donnant le coût d'un bonbon. Etablir la loi de probabilité de X.

b) Calculer E(X) et interpréter le résultat.

c) Sachant qu'un sachet contient 25 bonbons, déterminer le coût moyen d'un paquet de bonbons.

EXERCICE 3 : 6 points

Dans un repère de l'espace, on donne les points

$A\,(1\,;\,2\,;\,3)\quad B\,(3\,;\,0\,;\,1)\quad C\,(-1\,;\,5\,;\,1)\quad D\,(2\,;\,0\,;\,6)\quad E\,(-1\,;\,5\,;\,3)\quad et\quad F\,(1\,;\,4\,;\,-3)$.

1) Déterminer les coordonnées du point G défini par $\overrightarrow{EG} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{EF}$

2) Les points A, B et C sont-ils alignés ?

3) Déterminer 2 réels α et β tels que $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$.

4) Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont sécantes.