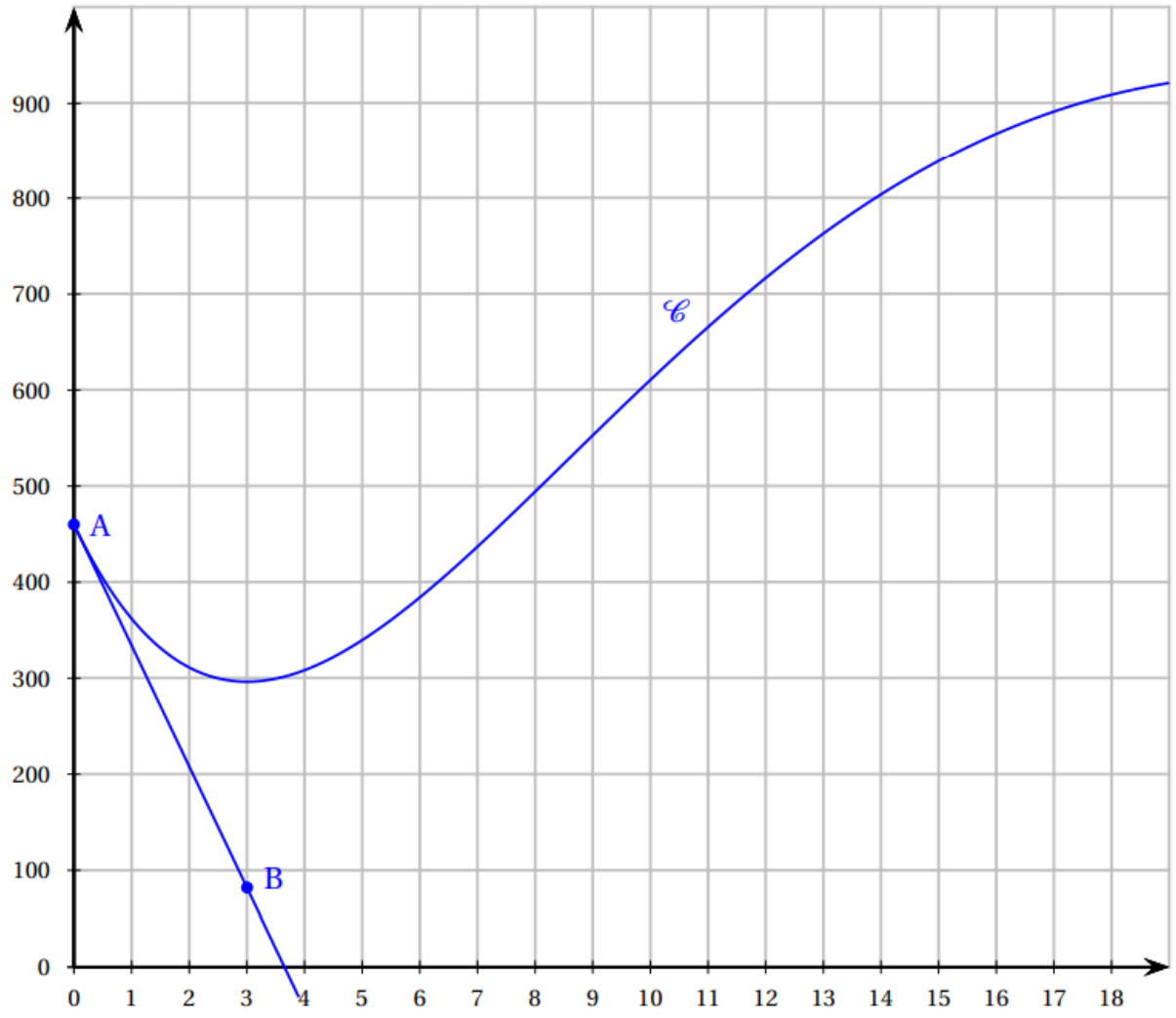
Terminales	**MATHEMATIQUES** : Devoir de remédiation
	A rendre le mardi 3/11

EXERCICE 1 :

Partie A

La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous, associée à une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 19]$, représente l'audience journalière d'une chaîne de télévision entre le 1er janvier 2000 (année numéro 0) et le 1er janvier 2019 (année numéro 19), c'est-à-dire le nombre quotidien de téléspectateurs, en milliers.



Ainsi, le 1er janvier 2000 la chaîne a été regardée par environ 460 000 téléspectateurs.

1. Décrire l'évolution de l'audience journalière de cette chaîne de télévision entre le 1er janvier 2000 et le 1er janvier 2019.
2. Donner une valeur approchée du nombre de téléspectateurs le 1er janvier 2014.
3. La droite (AB), où les points A et B ont pour coordonnées A (0; 460) et B (3; 82), est la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A.
   Déterminer la valeur de $f'(0)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f représentée par $(\mathscr{C})$?

Partie B

On cherche maintenant à prévoir l'évolution de l'audience de cette chaîne de télévision lors des dix prochaines années.
On considère que le nombre journalier (exprimé en milliers) de téléspectateurs de la chaîne est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0;29]$ par :

$$f(x) = (20x^2 - 80x + 460)\,\mathrm{e}^{-0,1x}$$

où x représente le nombre d'années depuis 2000 (par exemple $x = 19$ pour l'année 2019).

1. Donner une valeur approchée au millier du nombre de téléspectateurs de la chaîne le 1er janvier 2014.
2. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0;29]$.
   a. Démontrer que f' est définie par :

$$f'(x) = (-2x^2 + 48x - 126)\,\mathrm{e}^{-0,1x}.$$

   b. Etablir, en justifiant, le tableau de variation de f sur $[\,0\,;\,29\,]$

   c. Le nombre journalier de téléspectateurs de cette chaîne de télévision dépassera-t-il la barre du million avant l'année 2029 ? Justifier.

EXERCICE 2 : 5 points

En 2018, Laurence, souhaitant se lancer dans l'agriculture biologique, a acheté une ferme de 14 hectares de pommiers. Elle estime qu'il y a 300 pommiers par hectare. Chaque année, Laurence élimine 4 % des pommiers existants et replantera 22 nouveaux pommiers par hectare.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de pommiers par hectare l'année $2018+n$. On a ainsi $u_0 = 300$.

1. **a.** Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0,96u_n + 22$.
   b. Estimer le nombre de pommiers par hectare, arrondi à l'unité, en 2020.

2. **a**. Démontrer par récurrence que, pour tout entier n, $\quad u_n < u_{n+1} < 550$

   b. Que peut-on en déduire pour le nombre pommiers par hectare ?

3. On définit la suite (v_n) en posant $v_n = u_n - 550$ pour tout entier naturel n.
   a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n puis démonter que :

$$u_n = 550 - 250 \times 0,96^n.$$

   c. Estimer le nombre de pommiers de l'exploitation de Laurence en 2025.