Terminales Mathématiques

Calcul d'intégrales

a/ $I = \int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \mathbf{\frac{1}{3}}$

b/ $I = \int_{-2}^4 (x^2 - x + 1)dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x\right]_{-2}^4 = \left(\frac{4^3}{3} - \frac{4^2}{2} + 4\right) - \left(\frac{(-2)^3}{3} - \frac{(-2)^2}{2} + (-2)\right) = \left(\frac{64}{3} - 4\right) - \left(-\frac{8}{3} - 4\right) = \frac{72}{3} = \mathbf{24}$

c/ $I = \int_0^6 2e^{-x}\, dx = \left[-2\, e^{-x}\right]_0^6 = (-2e^{-6}) - (-2e^0) = \mathbf{-2e^{-6} + 2} \approx \mathbf{1{,}995}$

d/ $I = \int_{-1}^3 (12 - 4x)dx = \left[12x - 2x^2\right]_{-1}^3 = \left(12 \times 3 - 2 \times 3^2\right) - \left(12 \times (-1) - 2 \times (-1)^2\right) = 18 - (-14) = \mathbf{32}$

e/ $I = \int_1^4 \left(\frac{2x+1}{x}\right) dx = \int_1^4 \left(\frac{2x}{x} + \frac{1}{x}\right) dx = \int_1^4 \left(2 + \frac{1}{x}\right) dx = \left[2x + \ln x\right]_1^4 = (2 \times 4 + \ln 4) - (2 \times 1 + \ln 1) = 8 + \ln 4 - 2 = \mathbf{6 + \ln 4} \approx \mathbf{7{,}386}$

f/ $I = \int_0^5 (e^x + 2x)dx = \left[e^x + x^2\right]_0^5 = (e^5 + 5^2) - \left(e^0 + 0^2\right) = e^5 + 25 - 1 = \mathbf{e^5 + 24} \approx \mathbf{172{,}41}$

g/ $I = \int_0^3 \frac{2x}{x^2+1}\, dx = \int_0^3 f(x)\, dx$ avec $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ or f est de la forme $\frac{u'}{u}$ avec $u(x) = x^2 + 1$ donc $u'(x) = 2x$ ainsi $f = \frac{u'}{u}$

donc une primitive de f est $F = \ln(u)$ soit $F(x) = \ln(x^2 + 1)$

on a alors $I = \int_0^3 f(x)\, dx = F(3) - F(0) = \ln(3^2 + 1) - \ln(0^2 + 1) = \ln 10 - \ln 1 = \mathbf{\ln 10} \approx \mathbf{2{,}3}$

h/ $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x}\, dx = \int_1^e f(x)\, dx$ avec $f(x) = \frac{\ln x}{x} = \frac{1}{x} \times \ln x$ ainsi f est de la forme $u' \times u$ avec $u(x) = \ln x$ donc $u'(x) = \frac{1}{x}$ ainsi $f = u' \times u$

donc une primitive de f est $F = \frac{1}{2}u^2$ soit $F(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$

on a alors $I = \int_1^e f(x)\, dx = F(e) - F(1) = \frac{1}{2} \times (\ln e)^2 - \frac{1}{2} \times (\ln 1)^2 = \frac{1}{2} \times 1^2 - \frac{1}{2} \times 0^2 = \mathbf{\frac{1}{2}}$