Terminales Spé Maths G4	interrogation n° 10	CORRIGE	le 18.05.2026

Exercice 1

Calculer la valeur exacte des intégrales suivantes :

$$\mathrm{I} = \int_1^3 \left(2 + \frac{2}{x}\right) dx = \left[\,2x + 2\ln(x)\right]_1^3$$

$$= (2 \times 3 + 2\ln(3)) - (2 \times 1 + 2\ln(1))$$

$$= 6 + 2\ln(3) - 2$$

$$= \mathbf{4 + 2}\boldsymbol{ln}(\mathbf{3})$$

$$\mathrm{J} = \int_{-2}^{1} 12e^{3t+6}\, dt$$

Une primitive de $f(t) = 12e^{3t+6}$ est $F(t) = 12 \times \frac{1}{3} e^{3t+6} = 4e^{3t+6}$

$$\mathrm{J} = \int_{-2}^{1} 12e^{3t+6}\, dt = \int_{-2}^{1} f(t)dt = [\,F(t)]_{-2}^{\;1}$$

$$= F(1) - F(-2)$$

$$= 4e^{3\times1+6} - 4e^{3\times(-2)+6}$$

$$= 4e^{9} - 4e^{0}$$

$$= 4e^{9} - 4$$

Exercice 2

On considère l'intégrale $\mathrm{I} = \int_0^4 \frac{6x}{3x^2+1} dx$.

Calculer I et montrer que $\mathrm{I} = 2ln(7)$

$I = \int_0^4 f(x)\, dx$ avec $f(x) = \frac{6x}{3x^2+1}$ or f est de la forme $\frac{u'}{u}$ avec $u(x) = 3x^2 + 1$ donc $u'(x) = 6x$
ainsi $f = \frac{u'}{u}$ avec $u(x) > 0$ sur $[\,0\,;4\,]$

donc une primitive de f est $F = \ln(u)$ soit $F(x) = \ln(3x^2 + 1)$

on a alors $\mathrm{I} = \int_0^4 f(x)dx = F(4) - F(0)$

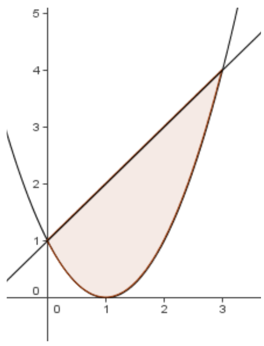
$$= \ln(3 \times 4^2 + 1) - \ln(3 \times 0^2 + 1)$$

$$= \ln(49) - \ln(1)$$

$$= \ln(\,7^2\,)$$

$$= 2\ln(7)$$

Exercice 3



Le graphique ci-contre donne les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1$ et $g(x) = x^2 - 2x + 1$

On admet que les courbes Cf et Cg se coupent aux points d'abscisses 0 et 3.

Déterminer l'aire A du domaine compris entre ces 2 courbes.

f est une fonction affine, représentée par la droite et g est une fonction trinôme, représentée par la parabole
et d'après le graphique, Cf est au-dessus de Cg sur [0 ; 3] ,

Ainsi A = $\int_0^3 \big(f(x) - g(x)\big)dx = \int_0^3 \big((x+1) - (x^2 - 2x + 1)\big)dx = \int_0^3 (x + 1 - x^2 + 2x - 1))\, dx$

$$= \int_0^3 (-x^2 + 3x)\, dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2\right]_0^3$$

$$= \left(-\frac{1}{3} \times 3^3 + \frac{3}{2} \times 3^2\right) - \left(-\frac{1}{3} \times 0^3 + \frac{3}{2} \times 0^2\right)$$

$$= \frac{9}{2} \quad u.a$$

Exercice 4

A l'aide d'une intégration par parties, calculer la valeur exacte de l'intégrale

I = $\int_1^3 3x^2 ln(x)dx = \int_1^3 u'(x) \times v(x)dx$

$en\ posant\ \ u'(x) = 3x^2 \quad et \quad v(x) = \ln(x)$

$alors \qquad u(x) = x^3 \qquad et \quad v'(x) = \frac{1}{x}$

en appliquant la formule d'intégration par parties , $\int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx$

on obtient,

I = $\int_1^3 3x^2 ln(x)\, dx = [x^3 \times \ln(x)\,]_1^3 - \int_1^3 x^3 \times \frac{1}{x}\, dx$

$= (3^3 \times \ln(3) - 1^3 \times \ln(1)\ ) - \int_1^3 x^2\, dx$

$= 27\ln(3) - \left[\frac{1}{3}x^3\right]_1^3$

$= 27\ln(3) - (\frac{1}{3} \times 3^3 - \frac{1}{3} \times 1^3)$

$= 27\ln(3) - (\,9 - \frac{1}{3})$

$= \mathbf{27\ln(3)} - \frac{\mathbf{26}}{\mathbf{3}}$