Exercice 1

X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(15\ ;\ 0{,}6)$. Calculer, à 10^{-3} près, les probabilités suivantes :

1/a) $p\ (X = 8) = \binom{15}{8} \times 0{,}6^8 \times (1 - 0{,}6)^7 \approx 0{,}177$

b) $p\ (X \leq 5) \approx 0{,}034$ *(par calculatrice)*

c) $p\ (X \geq 8) = 1 - p\ (X \leq 7) \approx 1 - 0{,}213 \approx 0{,}787$

2/ $E(X) = n \times p = 15 \times 0{,}6 = 9$

$V\ (X) = n \times p \times (1 - p) = 15 \times 0{,}6 \times (1 - 0{,}6) = 3{,}4$ et $\sigma\ (x) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{3{,}6} \approx 1{,}897$

Exercice 2

A l'occasion de son anniversaire, Mr D (professeur sympa ?) a acheté un paquet de bonbons pour distribuer à ses élèves. Le sachet comporte un grand nombre de bonbons dont 15 % sont au goût « farceur »
Mr D distribue au hasard un bonbon à chacun des 23 élèves de sa classe et on admet que, vu le grand nombre de bonbons que comporte le sachet, le choix des bonbons est assimilé à un tirage indépendant avec remise.
On note X la variable aléatoire associée au nombre de bonbons distribués au goût « farceur »

1/ X suit la loi binomiale de paramètres $n = 23$ et $p = 0{,}15$

2/ $p\ (X = 5) = \binom{23}{5} \times 0{,}15^5 \times (1 - 0{,}15)^{18} \approx 0{,}137$

3/ $p\ (X \geq 1) = 1 - p\ (X = 0) = 1 - \binom{23}{0} \times 0{,}15^0 \times (1 - 0{,}15)^{23} = 1 - 0{,}85^{23} \approx 1 - 0{,}024 \approx 0{,}976$

4/ Dans cette question, X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}15$
Et on cherche le plus petit entier n tel que

$p\ (X \geq 1) \geq 0{,}99 \Leftrightarrow 1 - p\ (X = 0) \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}15^0 \times (1 - 0{,}15)^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - 0{,}85^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow -0{,}85^n \geq -0{,}01$

$\Leftrightarrow 0{,}85^n \leq 0{,}01$ or $0{,}85^{28} \approx 0{,}0105$ *et* $0{,}85^{29} \approx 0{,}009$ donc $n = 29$

Mr D doit donc distribuer au moins 29 bonbons pour que la probabilité qu'il distribue au moins un bonbon au goût « farceur » soit supérieure ou égale à 0,99

Exercice 1

X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(11\ ;\ 0{,}4)$. Calculer, à 10^{-3} près, les probabilités suivantes :

1/a) $p\,(X = 3) = \binom{11}{3} \times 0{,}4^3 \times (1 - 0{,}4)^8 \approx 0{,}177$

b) $p\,(X \leq 5) \approx 0{,}753$ *(par calculatrice)*

c) $p\,(X \geq 3) = 1 - p\,(X \leq 2) \approx 1 - 0{,}119 \approx 0{,}881$

2/ $E(X) = n \times p = 11 \times 0{,}4 = 4{,}4$

$V(X) = n \times p \times (1 - p) = 11 \times 0{,}4 \times (1 - 0{,}4) = 2{,}64$ et $\sigma(x) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{2{,}64} \approx 1{,}625$

Exercice 2

A l'occasion de son anniversaire, Mr D (professeur sympa ?) a acheté un paquet de bonbons pour distribuer à ses élèves. Le sachet comporte un grand nombre de bonbons dont 13 % sont au goût « farceur »
Mr D prend au hasard 24 bonbons qu'il distribue à chacun des élèves ainsi qu'à lui-même. On admet que, vu le grand nombre de bonbons dans le sachet, le choix des bonbons est assimilé à un tirage indépendant avec remise.
On note X la variable aléatoire associée au nombre de bonbons distribués au goût « farceur »

1/ X suit la loi binomiale de paramètres $n = 24$ et $p = 0{,}13$

2/ $p\,(X = 5) = \binom{24}{5} \times 0{,}13^5 \times (1 - 0{,}13)^{19} \approx 0{,}112$

3/ $p\,(X \geq 1) = 1 - p\,(X = 0) = 1 - \binom{24}{0} \times 0{,}13^0 \times (1 - 0{,}13)^{24} = 1 - 0{,}87^{24} \approx 1 - 0{,}035 \approx 0{,}965$

4/
Dans cette question, X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}13$

Et on cherche le plus petit entier n tel que

$p\,(X \geq 1) \geq 0{,}99 \quad \Leftrightarrow 1 - p\,(X = 0) \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}13^0 \times (1 - 0{,}13)^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - 0{,}87^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow -0{,}87^n \geq -0{,}01$

$\Leftrightarrow 0{,}87^n \leq 0{,}01$ or $0{,}87^{33} \approx 0{,}01009$ *et* $0{,}87^{34} \approx 0{,}0087$ donc $n = 34$

Mr D doit donc distribuer au moins 34 bonbons pour que la probabilité qu'il distribue au moins un bonbon au goût « farceur » soit supérieure ou égale à 0,99