Exercice 1

X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(15\ ;\ 0{,}6)$. Calculer, à 10^{-3} près, les probabilités suivantes :

1/a) $p\ (X = 8) = \binom{15}{8} \times 0{,}6^8 \times (1 - 0{,}6)^7 \approx 0{,}177$

b) $p\ (X \leq 5) \approx 0{,}034$ *(par calculatrice)*

c) $p\ (X \geq 8) = 1 - p\ (X \leq 7) \approx 1 - 0{,}213 \approx 0{,}787$

2/ $E(X) = n \times p = 15 \times 0{,}6 = 9$

$V\ (X) = n \times p \times (1 - p) = 15 \times 0{,}6 \times (1 - 0{,}6) = 3{,}4$ et $\sigma\ (x) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{3{,}6} \approx 1{,}897$

Exercice 2

A l'occasion du vendredi 13, une loterie met en vente un grand nombre de billets parmi lesquels 11 % sont gagnants.
Mr D (professeur sympa ?) décide d'acheter 29 billets qu'il distribuera à chacun de ses élèves.
On admet que, vu le grand nombre de billets que comporte cette loterie, l'achat des billets est assimilé à un tirage indépendant avec remise et on note X la variable aléatoire associée au nombre de billets gagnants.

1/ X suit la loi binomiale de paramètres $n = 29$ et $p = 0{,}11$

2/ $p\ (X = 3) = \binom{29}{3} \times 0{,}11^3 \times (1 - 0{,}11)^{26} \approx 0{,}235$

3/ $p\ (X \geq 1) = 1 - p\ (X = 0) = 1 - \binom{29}{0} \times 0{,}11^0 \times (1 - 0{,}11)^{29} = 1 - 0{,}89^{29} \approx 1 - 0{,}034 \approx 0{,}966$

4/ Dans cette question, X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}11$

Et on cherche le plus petit entier n tel que

$p\ (X \geq 1) \geq 0{,}99 \Leftrightarrow 1 - p\ (X = 0) \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}11^0 \times (1 - 0{,}11)^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - 0{,}89^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow -0{,}89^n \geq -0{,}01$

$\Leftrightarrow 0{,}89^n \leq 0{,}01$ or $0{,}89^{39} \approx 0{,}0106$ *et* $0{,}89^{40} \approx 0{,}0094$ donc $n = 40$

Mr D doit donc distribuer au moins 40 billets pour que la probabilité qu'il distribue au moins un billet gagnant soit supérieure ou égale à 0,99

Exercice 1

X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(11\ ;\ 0{,}4)$. Calculer, à 10^{-3} près, les probabilités suivantes :

1/a) $p\,(X = 3) = \binom{11}{3} \times 0{,}4^3 \times (1 - 0{,}4)^8 \approx 0{,}177$

b) $p\,(X \leq 5) \approx 0{,}753$ *(par calculatrice)*

c) $p\,(X \geq 3) = 1 - p\,(X \leq 2) \approx 1 - 0{,}119 \approx 0{,}881$

2/ $E(X) = n \times p = 11 \times 0{,}4 = 4{,}4$

$V(X) = n \times p \times (1 - p) = 11 \times 0{,}4 \times (1 - 0{,}4) = 2{,}64$ et $\sigma(x) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{2{,}64} \approx 1{,}625$

Exercice 2

A l'occasion du vendredi 13, une loterie met en vente un grand nombre de billets parmi lesquels 13 % sont gagnants.

Mr D (professeur sympa ?) décide d'acheter 30 billets qu'il distribuera à chacun de ses élèves ainsi qu'à lui-même

On admet que, vu le grand nombre de billets que comporte cette loterie, l'achat des billets est assimilé à un tirage indépendant avec remise et on note X la variable aléatoire associée au nombre de billets gagnants.

1/ X suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0{,}13$

2/ $p\,(X = 3) = \binom{30}{3} \times 0{,}13^3 \times (1 - 0{,}13)^{27} \approx 0{,}208$

3/ $p\,(X \geq 1) = 1 - p\,(X = 0) = 1 - \binom{30}{0} \times 0{,}13^0 \times (1 - 0{,}13)^{30} = 1 - 0{,}87^{30} \approx 1 - 0{,}015 \approx 0{,}985$

4/

Dans cette question, X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}13$

Et on cherche le plus petit entier n tel que

$p\,(X \geq 1) \geq 0{,}99 \quad \Leftrightarrow 1 - p\,(X = 0) \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}13^0 \times (1 - 0{,}13)^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - 0{,}87^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow -0{,}87^n \geq -0{,}01$

$\Leftrightarrow 0{,}87^n \leq 0{,}01$ or $0{,}87^{33} \approx 0{,}01009$ *et* $0{,}87^{34} \approx 0{,}0087$ donc $n = 34$

Mr D doit donc distribuer au moins 34 billets pour que la probabilité qu'il distribue au moins un billet gagnant soit supérieure ou égale à 0,99