Nom :
Prénom :

Exercice 1
X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(15 ; 0{,}6)$. Calculer, à 10^{-3} près, les probabilités suivantes :

a) p (X = 4) $= \binom{15}{4} \times 0{,}6^4 \times (1-0{,}6)^{11} \approx 0{,}007$

b) p (X ≤ 5) $\approx 0{,}034$ *(par calculatrice)*

c) p (X ≥ 8) $= 1 - p\,(X \leq 7\,) \approx 1 - 0{,}213 \approx 0{,}787$

Exercice 2
Une loterie comporte un grand nombre de billets parmi lesquels 15 % sont gagnants.
On prend au hasard 20 billets. On admet que, vu le grand nombre de billets, le choix des billets est assimilé à un tirage indépendant avec remise et on note X la variable aléatoire associée au nombre de billets gagnants.
1/ On admet que X suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.

X suit la loi binomiale de paramètres $\mathrm{n} = 20$ et $\mathrm{p} = 0{,}15$

2/ Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité d'avoir exactement 3 billets gagnants.

$\mathrm{p}\,(\mathrm{X} = 3) = \binom{20}{3} \times 0{,}15^3 \times (1-0{,}15)^{17} \approx 0{,}243$

3/ Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité d'avoir au moins un billet gagnant.

$\mathrm{p}\,(\mathrm{X} \geq 1) = 1 - p\,(X \leq 0\,) = 1 - \binom{20}{0} \times 0{,}15^0 \times (1-0{,}15)^{20} = 1 - 0{,}85^{20} \approx 1 - 0{,}039 \approx 0{,}961$

4/ Calculer E(X). Interpréter le résultat.

$E(X) = n \times p = 20 \times 0{,}15 = 3$

Sur un grand nombre de lots de 20 billets, il y a en moyenne 3 billets gagnants par lot

Exercice 2

Lors d'une course cyclosportive, 70% des participants sont licenciés dans un club, les autres ne sont pas licenciés.
Aucun participant n'abandonne la course.

- Parmi les licenciés, 66% font le parcours en moins de 5 heures; les autres en plus de 5 heures.
- Parmi les non licenciés, 83% font le parcours en plus de 5 heures; les autres en moins de 5 heures.

On interroge au hasard un cycliste ayant participé à cette course et on note :

- L l'évènement « le cycliste est licencié dans un club » et $\overline{L}$ son évènement contraire,
- M l'évènement « le cycliste fait le parcours en moins de 5 heures » et $\overline{M}$ son évènement contraire.

a) Traduire chaque donnée de l'énoncé par une probabilité.
b) Montrer que la probabilité que le cycliste fasse le parcours en moins de 5 heures est égale à 0,513 (on pourra s'aider d'un arbre de probabilités)
c) Sachant qu'un cycliste a fait le parcours en moins de 5 heures, quelle est la probabilité qu'il soit licencié dans un club ?
d) Un organisateur affirme qu'au moins la moitié des cyclistes ayant fait le parcours en plus de 5 heures ne sont pas licenciés dans un club. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

a) p (L)= 0,7 $\quad$ $p_L(M) = 0{,}66$ $\quad$ $p_{\bar{L}}(\bar{M}) = 0{,}83$

b) L et $\bar{L}$ forment une partition de l'univers et d'après la formule des probabilités totales

$$P(M) = p(L \cap M) + p(\bar{L} \cap M) = 0{,}7 \times 0{,}66 + 0{,}3 \times 0{,}17 = 0{,}462 + 0{,}051 = 0{,}513$$

c) La probabilité recherchée est $p_M(L) = \frac{p(L \cap M)}{p(M)} = \frac{0{,}462}{0{,}513} \approx 0{,}900$

d) Il faut calculer $p_{\bar{M}}(\bar{L}) = \frac{p(\bar{L} \cap \bar{M})}{p(\bar{M})}$

or $p(\bar{L} \cap \bar{M}) = 0{,}3 \times 0{,}83 = 0{,}249$ $\quad$ et $p(\bar{M}) = 1 - p(M) = 1 - 0{,}513 = 0{,}487$

ainsi $p_{\bar{M}}(\bar{L}) = \frac{p(\bar{L} \cap \bar{M})}{p(\bar{M})} = \frac{0{,}249}{0{,}487} \approx 0{,}511 > 0{,}5$ $\quad$ donc l'affirmation est vraie, l'organisateur a raison

Nom :
Prénom :

Exercice 1
X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(11\ ;\ 0{,}4)$. Calculer, à 10^{-3} près, les probabilités suivantes :

a) p (X = 3) $= \binom{11}{3} \times 0{,}4^3 \times (1 - 0{,}4)^8 \approx 0{,}177$

b) p (X ≤ 5) $\approx 0{,}034$ *(par calculatrice)*

c) p (X ≥ 3) $= 1 - p\ (X \leq 2\ ) \approx 1 - 0{,}119 \approx 0{,}881$

Exercice 2
Une loterie comporte un grand nombre de billets parmi lesquels 20 % sont gagnants.
On prend au hasard 15 billets. On admet que, vu le grand nombre de billets, le choix des billets est assimilé à un tirage indépendant avec remise et on note X la variable aléatoire associée au nombre de billets gagnants.
1/ On admet que X suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.

X suit la loi binomiale de paramètres n = 15 et p = 0,2

2/ Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité d'avoir exactement 3 billets gagnants.

$p\ (X = 3) = \binom{15}{3} \times 0{,}2^3 \times (1 - 0{,}2)^{12} \approx 0{,}250$

3/ Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité d'avoir au moins un billet gagnant.

$p\ (X \geq 1) = 1 - p\ (X \leq 0\ ) = 1 - \binom{15}{0} \times 0{,}2^{\,0} \times (1 - 0{,}2)^{15} = 1 - 0{,}8^{15} \approx 1 - 0{,}035 \approx 0{,}965$

4/ Calculer E(X). Interpréter le résultat.

$E(X) = n \times p = 15 \times 0{,}2 = 3$

Sur un grand nombre de lots de 15 billets, il y a en moyenne 3 billets gagnants par lot

Exercice 2

Une entreprise reçoit quotidiennement de nombreux courriels (courriers électroniques). Parmi ces courriels, 8% sont du « spam », c'est-à-dire des courriers à intention publicitaire, voire malveillante, qu'il est souhaitable de ne pas ouvrir.

On choisit au hasard un courriel reçu par l'entreprise.

Les propriétés du logiciel de messagerie utilisé dans l'entreprise permettent d'affirmer que :

• La probabilité que le courriel choisi soit classé comme «indésirable» sachant que c'est un spam est égale à 0,9.

• La probabilité que le courriel choisi soit classé comme « indésirable » sachant que ce n'est pas un spam est égale à 0,01.

On définit les évènements S : «le courriel choisi est un spam» et I : « le courriel choisi est classé comme indésirable par le logiciel de messagerie».

a) Traduire chaque donnée de l'énoncé par une probabilité.
b) Montrer que la probabilité que le message choisi soit classé indésirable est égale à 0,0812 (on pourra s'aider d'un arbre de probabilités)
c) Sachant que le message choisi est classé comme indésirable, quelle est la probabilité que ce soit effectivement un message de spam ?
d) L'entreprise affirme que plus de 99 % des messages qui ne sont pas classés indésirables ne sont pas des spams. At-elle raison ? Justifier la réponse

a) $p(S) = 0{,}08$ $\quad p_S(I) = 0{,}9$ $\quad p_{\bar{S}}(I) = 0{,}01$

e) S et $\bar{S}$ forment une partition de l'univers et d'après la formule des probabilités totales

$$P(I) = p(S \cap I) + p(\bar{S} \cap I) = 0{,}08 \times 0{,}9 + 0{,}92 \times 0{,}01 = 0{,}072 + 0{,}0092 = 0{,}0812$$

f) La probabilité recherchée est $p_I(S) = \frac{p(S \cap I)}{p(S)} = \frac{0{,}072}{0{,}0812} \approx 0{,}887$

g) Il faut calculer $p_{\bar{I}}(\bar{S}) = \frac{p(\bar{S} \cap \bar{I})}{p(\bar{S})}$

or $p(\bar{S} \cap \bar{I}) = 0{,}92 \times 0{,}99 = 0{,}9108$ et $p(\bar{I}) = 1 - p(I) = 1 - 0{,}0812 = 0{,}9188$

ainsi $p_{\bar{I}}(\bar{S}) = \frac{p(\bar{S} \cap \bar{I})}{p(\bar{S})} = \frac{0{,}9108}{0{,}9188} \approx 0{,}9913 > 0{,}99$

donc l'affirmation est vraie, l'entreprise a raison