Exercice 1

X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(15\,;\,0{,}6)$. Calculer, à 10^{-3} près, les probabilités suivantes :

1/a) p (X = 8) $= \binom{15}{8} \times 0{,}6^8 \times (1-0{,}6)^7 \approx 0{,}177$

b) p (X ≤ 5) $\approx 0{,}034$ $(par\ calculatrice)$

c) p (X ≥ 8) $= 1 - p\,(X \leq 7\,) \approx 1 - 0{,}213 \approx 0{,}787$

2/ $E(X) = n \times p = 15 \times 0{,}6 = 9$

$V\,(X) = n \times p \times (1-p) = 15 \times 0{,}6 \times (1-0{,}6) = 3{,}4$ et $\sigma\,(x) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{3{,}6} \approx 1{,}897$

Exercice 2

Une loterie comporte un grand nombre de billets parmi lesquels 15 % sont gagnants.
On prend au hasard 20 billets. On admet que, vu le grand nombre de billets, le choix des billets est assimilé à un tirage indépendant avec remise et on note X la variable aléatoire associée au nombre de billets gagnants.

1/ X suit la loi binomiale de paramètres n = 20 et p = 0,15

2/ p (X = 3) $= \binom{20}{3} \times 0{,}15^3 \times (1-0{,}15)^{17} \approx 0{,}243$

3/ p (X ≥ 1) $= 1 - p\,(X = 0\,) = 1 - \binom{20}{0} \times 0{,}15^0 \times (1-0{,}15)^{20} = 1 - 0{,}85^{20} \approx 1 - 0{,}039 \approx 0{,}961$

4/ Dans cette question, X suit la loi binomiale de paramètres n et p = 0,15

Et on cherche le plus petit entier n tel que

p (X ≥ 1) ≥ 0,99 $\Leftrightarrow 1 - p\,(X = 0\,) \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}15^0 \times (1-0{,}15)^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - 0{,}85^n \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow -0{,}85^n \geq -0{,}01$

$\Leftrightarrow 0{,}85^n \leq 0{,}01$ or $0{,}85^{28} \approx 0{,}0156$ et $0{,}85^{29} \approx 0{,}0089$ donc n = 29

Il faut donc prendre au moins 29 billets pour que la probabilité d'avoir au moins un billet gagnant soit supérieure à 0,99

Exercice 1

X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(11\,;\,0{,}4)$. Calculer, à 10^{-3} près, les probabilités suivantes :

1/a) p (X = 3) $= \binom{11}{3} \times 0{,}4^3 \times (1-0{,}4)^8 \approx 0{,}177$

b) p (X ≤ 5) $\approx 0{,}753$ $(\textit{par calculatrice})$

c) p (X ≥ 3) $= 1 - p\,(X \leq 2\,) \approx 1 - 0{,}119 \approx 0{,}881$

2/ $E(X) = n \times p = 11 \times 0{,}4 = 4{,}4$

$V\,(X) = n \times p \times (1-p) = 11 \times 0{,}4 \times (1-0{,}4) = 2{,}64$ et $\sigma\,(x) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{2{,}64} \approx 1{,}625$

Exercice 2

Une loterie comporte un grand nombre de billets parmi lesquels 20 % sont gagnants.
On prend au hasard 15 billets. On admet que, vu le grand nombre de billets, le choix des billets est assimilé à un tirage indépendant avec remise et on note X la variable aléatoire associée au nombre de billets gagnants.

1/ X suit la loi binomiale de paramètres n = 15 et p = 0,2

2/ p (X = 3) $= \binom{15}{3} \times 0{,}2^3 \times (1-0{,}2)^{12} \approx 0{,}250$

3/ p (X ≥ 1) $= 1 - p\,(X = 0\,) = 1 - \binom{15}{0} \times 0{,}2^0 \times (1-0{,}2)^{15} = 1 - 0{,}8^{15} \approx 1 - 0{,}035 \approx 0{,}965$

4/

Dans cette question, X suit la loi binomiale de paramètres n et p = 0,2
Et on cherche le plus petit entier n tel que

$$
\begin{aligned}
p\,(X \geq 1) \geq 0{,}99 \quad & \Leftrightarrow 1 - p\,(X = 0\,) \geq 0{,}99 \\
& \Leftrightarrow 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}2^0 \times (1-0{,}2)^n \geq 0{,}99 \\
& \Leftrightarrow 1 - 0{,}8^n \geq 0{,}99 \\
& \Leftrightarrow -0{,}8^n \geq -0{,}01 \\
& \Leftrightarrow 0{,}8^n \leq 0{,}01 \qquad \text{or} \quad 0{,}8^{20} \approx 0{,}011 \quad \textit{et} \quad 0{,}8^{21} \approx 0{,}009 \quad \text{donc } n = 21
\end{aligned}
$$

Il faut donc prendre au moins 21 billets pour que la probabilité d'avoir au moins un billet gagnant soit supérieure à 0,99