Terminales Spé MATHS	**MATHEMATIQUES : interrogation n° 5**	
	Sujet A	*le 05/12/2025*

Cours

f est une fonction définie et dérivable 2 fois sur un intervalle I. On note C_f la courbe représentative de la fonction f.
Compléter les phrases suivantes :

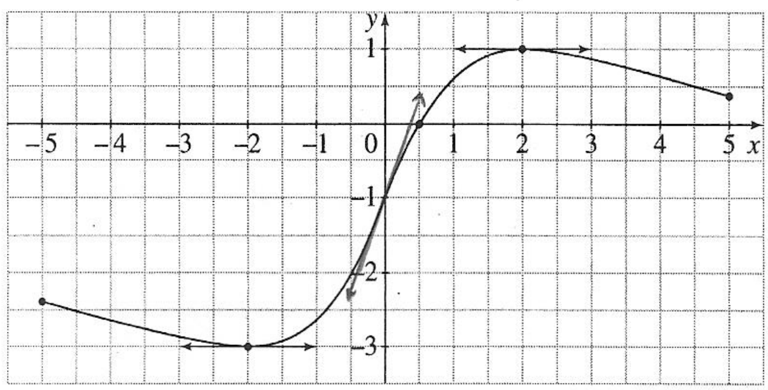
f est **convexe** sur I si sa courbe représentative **C_f est situé** **au-dessus de chacune de ses tangentes**

f est **concave** sur I si sa dérivée **f ' est** **décroissante** sur I

f est **convexe** sur I si sa dérivée seconde **f '' est** **positive** sur I

C_f admet un **point d'inflexion** si la dérivée seconde **f '' s'annule en changeant de signe** OU si la courbe **C_f traverse sa tangente** en ce point

Exercice 1 : Soit *f* une fonction définie et 2 fois dérivable sur l'intervalle [-5 ; 5]. On donne ci-après la courbe C_f représentative de *f* dans un repère du plan ainsi que 3 de ses tangentes.



a/ Donner sans justifier un intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

f *est convexe sur* $[-5;0]$

b/ Donner les coordonnées des éventuels points d'inflexion de la courbe C_f

le seul point d'inflexion est le point de coordonnées $(0\,;-1)$

c/ Donner sans justifier le signe de $f''(2)$

$f''(2)<0$

Exercice 2 :

On considère la fonction *f* définie sur $[-2\,;\,5]$ par $f(x)=(-x+4)e^{0,5x}+3$

a) Montrer que $f\,'(x)=(-0,5x+1)e^{0,5x}$

f *est de la forme* $u\times v$ avec $u(x)=-x+4$ et $v(x)=e^{0,5x}$

$u'(x)=-1$ $\quad v'(x)=0,5e^{0.5x}$

Or $(uv)'=u'v+uv'$ d'où

$$f'(x)=-1\times e^{0,5x}+(-x+4)\times 0,5e^{0,5x}$$
$$=e^{0,5x}(-1-0,5x+2)$$
$$=e^{0,5x}(-0,5x+1)$$

b) Etablir, en justifiant, le tableau de variation de f sur $[-2\,;\,5]$

x	-2		2		5
$e^{0,5x}$			$+$		
$-0,5x+1$		$+$	0	$-$	
$f\,'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$6e^{-1}+3$	↗	$2e+3$	↘	$-e^{2,5}+3$

$a=-0,5<0$ et

$-0,5x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1}{-0,5}=2$

c) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[-2\,;\ 5]$

Sur [-2 ; 2] , le minimum de f est $f(-2) \approx 5{,}2$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution sur [-2 ; 2]

Sur [2 ; 5] f est définie, continue et strictement décroissante.
Or 0 est compris entre $f(2) \approx 8{,}4$ et $f(5) \approx -9{,}2$ donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur [2 ; 5]

Ainsi, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur [-2 ; 5]

d) D'après la calculatrice, $\alpha \approx 4{,}342$

e) En déduire le signe de $f(x)$ sur $[-2\,;\ 5]$
D'après le tableau de variation de f, on en déduit le tableau de signes suivant :

x	-2		α		5
$f(x)$		$+$	0	$-$	

f) Compléter les lignes 5. , 6. et 8. de l'algorithme de dichotomie suivant afin qu'il renvoie un encadrement de α à 0,001 près. :

```
a = -2
b = 5
while b – a > 0.001 :
    c = (a + b)/2
    if  f(a) * f(c) > 0 :
        a = c
    else :
        b = c
return a , b
```

<u>Exercice 3 :</u> Etudier la convexité de la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = 0{,}5x^3 + 0{,}75x^2 - 9x + 3$

On a $f'(x) = 1{,}5x^2 + 1{,}5x - 9$ et $f''(x) = 3x + 1{,}5$

d'où

x	$-\infty$		$-0{,}5$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

$a = 3 > 0$ et $3x + 1{,}5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1{,}5}{3} = -0{,}5$

Ainsi, d'après le signe de $f''(x)$, on en déduit que f est concave sur $]-\infty\,;\ -0{,}5\,]$ et f est convexe sur $[\,-0{,}5\,;\ +\infty\,[$

De plus, la dérivée seconde f'' s'annule en changeant de signe pour $x = -0{,}5$ donc la courbe $\mathcal{C}$ admet un point d'inflexion d'abscisse $-0{,}5$

Terminales Spé MATHS **MATHEMATIQUES : interrogation n° 5**

Sujet B *le 05/12/2025*

<u>Cours</u>

f est une fonction définie et dérivable 2 fois sur un intervalle I. On note C_f la courbe représentative de la fonction f.

Compléter les phrases suivantes :

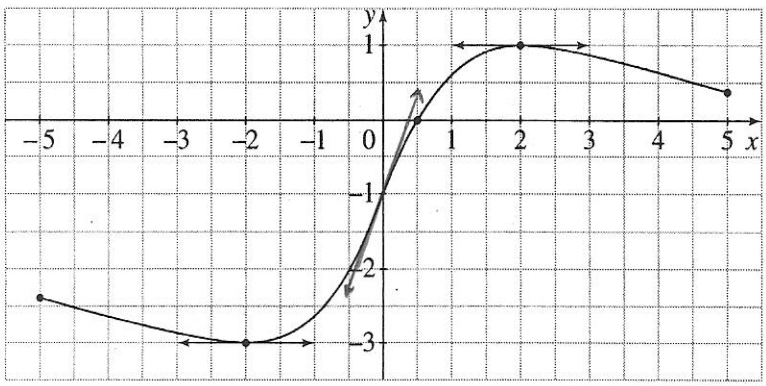
f est **concave** sur I si sa courbe représentative C_f est située **en-dessous de chacune de ses tangentes**

f est **concave** sur I si sa dérivée seconde f '' est **négative** sur I

f est **convexe** sur I si sa dérivée seconde f '' est **positive** sur I

C_f admet un **point d'inflexion** si la dérivée seconde **f '' s'annule en changeant de signe** OU si la courbe **C_f traverse sa tangente** en ce point

<u>Exercice 1 :</u> Soit *f* une fonction définie et 2 fois dérivable sur l'intervalle [-5 ; 5]. On donne ci-après la courbe C_f représentative de *f* dans un repère du plan ainsi que 3 de ses tangentes.



a/ Donner sans justifier un intervalle sur lequel la fonction f est concave.

f *est concave sur* $[0\,;5]$

b/ Donner les coordonnées des éventuels points d'inflexion de la courbe C_f

le seul point d'inflexion est le point de coordonnées $(0\,;-1)$

c/ Donner sans justifier le signe de $f''(-2)$

$f''(-2) > 0$

<u>Exercice 2 :</u>

On considère la fonction *f* définie sur $[-2\,;\,5]$ par $f(x) = (x-4)e^{0,5x} + 1$

a) Montrer que $f'(x) = (0,5x - 1)e^{0,5x}$

f *est de la forme* $u \times v$ avec $u(x) = x - 4$ et $v(x) = e^{0,5x}$

$u'(x) = 1$ $v'(x) = 0,5e^{0.5x}$

Or $(uv)' = u'v + uv'$ d'où $f'(x) = 1 \times e^{0,5x} + (x-4) \times 0,5e^{0,5x}$

$= e^{0,5x}(1 + 0,5x - 2)$

$= e^{0,5x}(0,5x - 1)$

b) Etablir, en justifiant, le tableau de variation de f sur $[-2\,;\,5]$

x	-2		2		5
$e^{0,5x}$			$+$		
$0,5x-1$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-6e^{-1}+1$	↘	$-2e+1$	↗	$e^{2,5}+1$

$a = 0,5 > 0$ et

$0,5x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{0,5} = 2$

c) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[-2\ ;\ 5]$

Sur [-2 ; 2] , le maximum de f est $f(-2) \approx -1{,}2$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution sur [-2 ; 2]

Sur [2 ; 5] f est définie, continue et strictement croissante.
Or 0 est compris entre $f(2) \approx -4{,}4$ et $f(5) \approx 13{,}2$ donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur [2 ; 5]

Ainsi, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur [-2 ; 5]

d) D'après la calculatrice, $\alpha \approx 3{,}854$

e) En déduire le signe de $f(x)$ sur $[-2\ ;\ 5]$

D'après le tableau de variation de f, on en déduit le tableau de signes suivant :

x	-2		α		5
$f(x)$		$-$	0	$+$	

f) Compléter les lignes 5. , 6. et 8. de l'algorithme de dichotomie suivant afin qu'il renvoie un encadrement de α à 0,001 près. :

```
a = -2
b = 5
while b – a > 0.001 :
    c = (a + b)/2
    if  f(a) * f(c) > 0 :
        a = c
    else :
        b = c
return a , b
```

<u>Exercice 3 :</u> Etudier la convexité de la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = -1{,}5x^3 + 4{,}5x^2 - 9x + 3$

On a $f'(x) = -4{,}5x^2 + 9x - 9$ et $f''(x) = -9x + 9$

d'où

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

$a = -9 < 0$ et $-9x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-9}{-9} = 1$

Ainsi, d'après le signe de $f''(x)$, on en déduit que f est convexe sur $]-\infty\ ;\ 1]$ et f est concave sur $[1\ ;\ +\infty[$

De plus, la dérivée seconde f'' s'annule en changeant de signe pour $x = 1$ donc la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion d'abscisse 1