Terminales Spé Maths	interrogation n° 6 : suites et limites	**sujet A**	le 19.12.2025

Cours :

1/ Compléter : $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$ $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$ $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0$

2/ Compléter les tableaux suivants :

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$	ℓ	$-\infty$	$-\infty$
et si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n =$	$+\infty$	*FI*	$-\infty$

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$	$\ell < 0$	$-\infty$	0
et si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$
Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \times v_n =$	$+\infty$	$+\infty$	*FI*

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$	ℓ	0	0	$\ell > 0$
et si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	$-\infty$	$+\infty$	0	0^+
Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{v_n} =$	0	0	*FI*	$+\infty$

Exercice 1 : Déterminer la limite de la suite (u_n) dans chacun des cas suivants :

a/ $u_n = 5n^2 + 2\sqrt{n} + 3$

$\lim\limits_{n\to+\infty} 5n^2 = +\infty$; $\lim\limits_{n\to+\infty} 2\sqrt{n} = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 3 = 3$ donc par somme $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{5n^2 + 2\sqrt{n} + 3} = +\infty$

b/ $u_n = \frac{2n^2-n}{n^2+4}$: FI du type « $\frac{\infty}{\infty}$ » mais pour $n \neq 0$, $\frac{2n^2-n}{n^2+4} = \frac{n^2\left(2-\frac{1}{n}\right)}{n^2\left(1+\frac{4}{n^2}\right)} = \frac{2-\frac{1}{n}}{1+\frac{4}{n^2}}$

or $\lim\limits_{n\to+\infty} 2 - \frac{1}{n} = 2$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 1 + \frac{4}{n^2} = 1$ donc par quotient , $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{u_n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2-\frac{1}{n}}{1+\frac{4}{n^2}} = \mathbf{2}$

c/ $u_n = 5n^3 - n^2 + 10$ FI du type « $\infty - \infty$ » mais pour $n \neq 0$, $5n^3 - n^2 + 10 = n^3\left(5 - \frac{1}{n} + \frac{10}{n^3}\right)$

or $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(5 - \frac{1}{n} + \frac{10}{n^3}\right) = 5$ donc par produit, $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{u_n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{n^3\left(5 - \frac{1}{n} + \frac{10}{n^3}\right)} = +\infty$

d/ $u_n = (2n^2 + 3)(\frac{2}{n} - 7)$

$\lim\limits_{n\to+\infty} (2n^3 + 3) = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} (\frac{2}{n} - 7) = -7$ donc par produit $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{u_n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{(2n^3 + 3)(\frac{2}{n} - 7)} = -\infty$

e/ $u_n = -3 \times 1{,}02^n + 100$

$1{,}02 > 1$ *donc* $\lim\limits_{n\to+\infty} 1{,}02^n = +\infty$ *d'où* $\lim\limits_{n\to+\infty} -3 \times 1{,}02^n = -\infty$ *et* $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{u_n} = -\infty$

f/ $u_n = 7 \times \left(\frac{2}{7}\right)^n$

$-1 < \frac{2}{7} < 1$ *donc* $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{2}{7}\right)^n = 0$ *d'où* $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{u_n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \mathbf{7 \times \left(\frac{2}{7}\right)^n} = \mathbf{0}$

Exercice 2 :

En utilisant le théorème de comparaison ou des gendarmes, déterminer la limite de la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul, par $u_n = 5 + \frac{sin\ (n)}{n}$

on sait que pour tout entier n $\quad -1 \leq \sin(n) \leq 1$

donc (en divisant par $n \neq 0$, on obtient) $-\frac{1}{n} \leq \frac{\sin(n)}{n} \leq \frac{1}{n}$

et (en ajoutant 5, on obtient) $5 - \frac{1}{n} \leq 5 + \frac{\sin(n)}{n} \leq 5 + \frac{1}{n}$

ainsi $5 - \frac{1}{n} \leq u_n \leq 5 + \frac{1}{n}$

or $\lim\limits_{n \to +\infty} 5 - \frac{1}{n} = 5 \quad et \quad \lim\limits_{n \to +\infty} 5 + \frac{1}{n} = 5$

donc d'après le **théorème des gendarmes**, on en déduit que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 5$

Exercice 3 : (**Justifier** chacune de vos réponses)
On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel n, $\quad u_{n+1} \geq u_n \geq 3$
a/ La suite (u_n) est-elle majorée ou minorée ?

Pour tout entier naturel n, $\quad u_n \geq 3$ donc la suite (u_n) est minorée par 3

b/ La suite (u_n) est-elle croissante ou décroissante ?

Pour tout entier naturel n, $\quad u_{n+1} \geq u_n$ donc la suite (u_n) est croissante

c/ La suite (u_n) est-elle convergente ou divergente ?

La suite (u_n) est croissante mais non majorée donc elle diverge

Terminales Spé Maths	interrogation n° 6 : suites et limites	**sujet B**	le 19.12.2025

Cours :

1/ Compléter : $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$ $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$ $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0$

2/ Compléter les tableaux suivants :

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$	ℓ	$-\infty$	$+\infty$
et si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n =$	$+\infty$	$-\infty$	*FI*

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$	$\ell < 0$	$+\infty$	0
et si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$
Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \times v_n =$	$+\infty$	$-\infty$	*FI*

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$	0	$+\infty$	0	$\ell > 0$
et si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	$-\infty$	$+\infty$	0	0^+
Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{v_n} =$	0	*FI*	*FI*	$+\infty$

Exercice 1 : Déterminer la limite de la suite (u_n) dans chacun des cas suivants :

a/ $u_n = 2n^3 + 3n - 1$

$\lim\limits_{n\to+\infty} 2n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 3n - 1 = +\infty$ donc par somme $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 2n^3 + 3n - 1 = +\infty}$

b/ $u_n = \dfrac{6n^2+3n+5}{5n+1}$: FI du type « $\frac{\infty}{\infty}$ » mais pour $n \neq 0$, $\dfrac{6n^2+3n+5}{5n+1} = \dfrac{n^2\left(6+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}\right)}{n\left(5+\frac{1}{n}\right)} = \dfrac{n(6+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2})}{5+\frac{1}{n}}$

or $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$ $\lim\limits_{n\to+\infty} (6 + \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}) = 6$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 5 + \frac{1}{n} = 5$

donc par quotient , $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n(6+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2})}{5+\frac{1}{n}}} = +\infty$

c/ $u_n = n^3 - 4n + 3$ FI du type « $\infty - \infty$ » mais pour $n \neq 0$, $n^3 - 4n + 3 = n^3\left(1 - \frac{4}{n^2} + \frac{3}{n^3}\right)$

or $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{4}{n^2} + \frac{3}{n^3}\right) = 1$ donc par produit, $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} n^3\left(1 - \frac{4}{n^2} + \frac{3}{n^3}\right) = +\infty}$

d/ $u_n = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$

$-1 < \frac{2}{3} < 1$ *donc* $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ *d'où* $\lim\limits_{n\to+\infty} 3 \times (\frac{2}{3})^n = 0$ ainsi $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 3 \times (\frac{2}{3})^n + 3 = 3}$

e/ $u_n = \dfrac{2+(0{,}5)^n}{1+2n}$ $-1 < 0{,}5 < 1$ *donc* $\lim\limits_{n\to+\infty} 0{,}5^n = 0$ *d'où* $\lim\limits_{n\to+\infty} 2 + (0{,}5)^n = 2$

et $\lim\limits_{n\to+\infty} 1 + 2n = +\infty$ donc par quotient $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2+(0{,}5)^n}{1+2n} = 0}$

f/ $u_n = 100 - 2 \times 1{,}05^n$

$1{,}05 > 1 \quad donc \quad \lim_{n\to+\infty} 1{,}05^n = +\infty \quad d'où \quad \lim_{n\to+\infty} -2 \times 1{,}05^n = -\infty$ et $\lim_{n\to+\infty} 100 = 100$

$ainsi\ \ par\ somme, \quad \boldsymbol{\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} 100 - 2 \times 1,05^n} = -\infty$

Exercice 2 :

En utilisant le théorème de comparaison ou des gendarmes, déterminer la limite de la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par $u_n = n^2 - 5cos(n)$

on sait que pour tout entier n $\quad -1 \leq \cos(n) \leq 1$

donc (en multipliant par -5, on obtient) $\quad 5 \geq -5\cos(n) \geq -5$

et (en ajoutant n^2) $\quad n^2 + 5 \geq n^2 - 5\cos(n) \geq n^2 - 5$

ainsi $\quad n^2 + 5 \geq u_n \geq n^2 - 5$

on a donc $\quad u_n \geq n^2 - 5$

Or $\lim_{n\to+\infty} n^2 - 5 = +\infty$ donc **par comparaison**, on en déduit que $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Exercice 3 : (**Justifier** chacune de vos réponses)
On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel n, $\quad u_n \leq u_{n+1} \leq 3$
a/ La suite (u_n) est-elle majorée ou minorée ?

Pour tout entier naturel n, $\quad u_n \leq 3$ donc la suite (u_n) est majorée par 3

b/ La suite (u_n) est-elle croissante ou décroissante ?

Pour tout entier naturel n, $\quad u_{n+1} \geq u_n$ donc la suite (u_n) est croissante

c/ La suite (u_n) est-elle convergente ou divergente ?

La suite (u_n) est croissante et majorée donc elle converge