ex1 a) $e^{3x}+1=16$

/9

$\Leftrightarrow e^{3x}=15$

$\Leftrightarrow 3x=\ln(15)$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{\ln(15)}{3}$

$S=\left\{\dfrac{\ln(15)}{3}\right\}$ 1

c) $12-2\ln(x)\geqslant 8$

$\Leftrightarrow -2\ln(x)\geqslant -4$

$\Leftrightarrow \ln(x)\leqslant \dfrac{-4}{-2}$

$\Leftrightarrow \ln(x)\leqslant 2$

$\Leftrightarrow x\leqslant e^2$

$S=]0;e^2]$ 1,5

e) $(\ln(x))^2+\ln(x)-6=0$

$\Leftrightarrow X^2+X-6=0$ (où $X=\ln(x)$)

$\Delta=1^2-4\times1\times(-6)=25$

$X_1=\dfrac{-1-\sqrt{25}}{2\times1}=-3$

$X_2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2\times1}=2$

or $X=\ln(x)$ d'où

$\ln(x)=-3$ ou $\ln(x)=2$

$\Leftrightarrow x=e^{-3}$ ou $x=e^2$

$S=\{e^{-3};e^2\}$ 2,5

b) $(e^x-3)(\ln x+4)=0$

$\Leftrightarrow e^x-3=0$ ou $\ln x+4=0$

$\Leftrightarrow e^x=3$ ou $\ln x=-4$

$\Leftrightarrow x=\ln(3)$ ou $x=e^{-4}$

$S=\{\ln(3);e^{-4}\}$ 1,5

d) $\ln(2x-4)+\ln(x-4)=\frac{1}{2}\ln(36)$

il faut que $2x-4>0$ et $x-4>0$

$\Leftrightarrow x>2$ et $x>4$

et $\ln(2x-4)+\ln(x-4)=\frac{1}{2}\ln(36)$

$\Leftrightarrow \ln((2x-4)(x-4))=\ln(\sqrt{36})$

$\Leftrightarrow \ln(2x^2-12x+16)=\ln(6)$

$\Leftrightarrow 2x^2-12x+16=6$

$\Leftrightarrow 2x^2-12x+10=0$

$\Delta=(-12)^2-4\times2\times10=64$

$x_1=\dfrac{-(-12)-\sqrt{64}}{2\times2}=1$ ne convient pas car $1<4$

$x_2=\dfrac{-(-12)+\sqrt{64}}{2\times2}=5$

$S=\{5\}$ 2,5

ex2 $2^n\geqslant 10^{2024}$

/2

$\Leftrightarrow \ln(2^n)\geqslant \ln(10^{2024})$

$\Leftrightarrow n\ln(2)\geqslant 2024\ln(10)$

$\Leftrightarrow n\geqslant \dfrac{2024\ln(10)}{\ln(2)}$

or $\dfrac{2024\ln(10)}{\ln(2)}\approx 6723,6$ 2

donc le plus petit entier est 6724

ex3 $f(x)=5\ln(x)+3x^2-1$

$f'(x)=\dfrac{5}{x}+6x$ $\left(=\dfrac{5+6x^2}{x}\right)$ 1

/2

$g(x)=\ln(3x^2+5)$

$g'(x)=\dfrac{6x}{3x^2+5}$ $\left(\ln'(u)=\dfrac{u'}{u}\right)$ 1

ex4 $f(x)=\underbrace{2x}_{u}\,\underbrace{\ln(x)}_{v}-6x$

/4,5

$u(x)=2x$ $u'(x)=2$

$v(x)=\ln(x)$ $v'(x)=\dfrac{1}{x}$

1,5

a) $f'(x)=2\ln(x)+2x\times\dfrac{1}{x}-6=2\ln(x)+2-6=2\ln(x)-4$

b) $f'(x)\geqslant 0$

$\Leftrightarrow 2\ln(x)-4\geqslant 0$

$\Leftrightarrow 2\ln(x)\geqslant 4$

$\Leftrightarrow \ln(x)\geqslant 2$

$\Leftrightarrow x\geqslant e^2$

x	0		e^2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	$\searrow$	$f(e^2)$	$\nearrow$	

2

c) le minimum de f est

$f(e^2)=2e^2\ln(e^2)-6e^2=2e^2\times2-6e^2=4e^2-6e^2=-2e^2$

1