

NOM :

Prénom :

Pour tous les exercices, on se place dans un repère orthonormé de l'espace.

Exercice 1

a/ Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} passant par A (3 ; 1 ; - 5) et dont un vecteur normal est $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$

$\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à \mathcal{P} donc une équation cartésienne du plan \mathcal{P} est de la forme : $2x - 4y + 6z + d = 0$

or A (3 ; 1 ; - 5) $\in \mathcal{P}$ donc $2 \times 3 - 4 \times 1 + 6 \times (-5) + d = 0 \Leftrightarrow 6 - 4 - 30 + d = 0 \Leftrightarrow d = 28$

ainsi une équation cartésienne du plan \mathcal{P} est : $2x - 4y + 6z + 28 = 0$

b/ Le point A (1 ; 12 ; 3) appartient-il au plan \mathcal{P} ?

$2x_A - 4y_A + 6z_A + 28 = 2 \times 1 - 4 \times 12 + 6 \times 3 + 28 = 2 - 48 + 18 + 28 = 0$ donc A (1 ; 12 ; 3) appartient au plan \mathcal{P}

Exercice 2

Une représentation paramétrique d'une droite \mathcal{D} est $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

1/ a/ Donner les coordonnées d'un point de \mathcal{D}

Le point A (2 ; 1 ; 3) appartient à la droite \mathcal{D}

b/ Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de \mathcal{D}

Un vecteur directeur de \mathcal{D} est $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

c/ Le point C (1 ; 2 ; 5) appartient-il à la droite \mathcal{D} ?

on cherche la valeur de t telle que $\begin{cases} 1 = 2 + t \\ 2 = 1 - t \\ 5 = 3 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = 1 \end{cases}$ donc C (1 ; 2 ; 5) n'appartient pas à la droite \mathcal{D}

2/ On admet que la droite \mathcal{D} est sécante avec le plan \mathcal{P} dont une équation cartésienne est : $4x - 2y + z + 7 = 0$
Déterminer alors les coordonnées du point d'intersection K de la droite \mathcal{D} et du plan \mathcal{P}

Le point d'intersection de la droite \mathcal{D} et du plan \mathcal{P} est le point dont les coordonnées vérifient

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ avec } 4x - 2y + z + 7 = 0$$

d'où $4(2 + t) - 2(1 - t) + (3 + 2t) + 7 = 0$

$\Leftrightarrow 8 + 4t - 2 + 2t + 3 + 2t + 7 = 0$

$\Leftrightarrow 8t + 16 = 0$

$\Leftrightarrow t = -2$

alors $\begin{cases} x = 2 + t = 2 + (-2) = 0 \\ y = 1 - t = 1 - (-2) = 3 \\ z = 3 + 2t = 3 + 2 \times (-2) = -1 \end{cases}$ donc K (0 ; 3 ; -1)

NOM :

Prénom :

Pour tous les exercices, on se place dans un repère orthonormé de l'espace.

Exercice 1

a/ Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} passant par A (3 ; 1 ; - 5) et dont un vecteur normal est $\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à \mathcal{P} donc une équation cartésienne du plan \mathcal{P} est de la forme : $4x - 4y + 2z + d = 0$

or A (3 ; 1 ; - 5) $\in \mathcal{P}$ donc $4 \times 3 - 4 \times 1 + 2 \times (-5) + d = 0 \Leftrightarrow 12 - 4 - 10 + d = 0 \Leftrightarrow d = 2$

ainsi une équation cartésienne du plan \mathcal{P} est : $4x - 4y + 2z + 2 = 0$

b/ Le point A (2 ; 6 ; 3) appartient-il au plan \mathcal{P} ?

$4x_A - 4y_A + 2z_A + 2 = 4 \times 2 - 4 \times 6 + 2 \times 3 + 2 = 8 - 24 + 6 + 2 = -8 \neq 0$ donc A (2 ; 6 ; 3) n'appartient pas à \mathcal{P}

Exercice 2

Une représentation paramétrique d'une droite \mathcal{D} est $\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = -t + 4 \\ z = 3t + 2 \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

1/ a/ Donner les coordonnées d'un point de \mathcal{D}

Le point A (2 ; 4 ; 2) appartient à la droite \mathcal{D}

b/ Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de \mathcal{D}

Un vecteur directeur de \mathcal{D} est $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

c/ Le point C (-2 ; 6 ; -4) appartient-il à la droite \mathcal{D} ?

on cherche la valeur de t telle que $\begin{cases} -2 = 2t + 2 \\ 6 = -t + 4 \\ -4 = 3t + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = -2 \\ t = -2 \end{cases}$ donc C (-2 ; 6 ; -4) appartient à la droite \mathcal{D}

2/ On admet que la droite \mathcal{D} est sécante avec le plan \mathcal{P} dont une équation cartésienne est : $4x + y - 2z - 7 = 0$
Déterminer alors les coordonnées du point d'intersection K de la droite \mathcal{D} et du plan \mathcal{P}

Le point d'intersection de la droite \mathcal{D} et du plan \mathcal{P} est le point dont les coordonnées vérifient

$$\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = -t + 4 \\ z = 3t + 2 \end{cases} \text{ avec } 4x + y - 2z - 7 = 0$$

$$\text{d'où } 4(2t + 2) + (-t + 4) - 2(3t + 2) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8t + 8 - t + 4 - 6t - 4 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1$$

$$\text{alors } \begin{cases} x = 2t + 2 = 2 \times (-1) + 2 = 0 \\ y = -t + 4 = -(-1) + 4 = 5 \\ z = 3t + 2 = 3 \times (-1) + 2 = -1 \end{cases} \text{ donc } K (0 ; 5 ; -1)$$