Ex1 a) $3e^x + 1 = 10$

/9

$\Leftrightarrow 3e^x = 9$

$\Leftrightarrow e^x = 3$

$\Leftrightarrow x = \ln 3$ 0,75

$S = \{\ln 3\}$ 0,25 1

b) $(2e^x - 1)(\ln x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow 2e^x - 1 = 0$ ou $\ln x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2}$ 0,5 ou $\ln x = -3$ 0,5

$\Leftrightarrow x = \ln(\frac{1}{2})$ ou $x = e^{-3}$ $S = \{e^{-3}\}$ 0,5

$\Leftrightarrow x = -\ln 2$ 1,5

ne convient pas car $-\ln 2 < 0$ $-0,25$ si $\ln\frac{1}{2}$

c) $1 - 5\ln x \geq 11$

$\Leftrightarrow -5\ln x \geq 10$

$\Leftrightarrow \ln x \leq -2$ (0,25)

$\Leftrightarrow x \leq e^{-2}$ 1

$S =]0 ; e^{-2}]$ 0,5 $-0,25$ 1,5

d) $\ln(x+8) + \ln(2+x) = 4\ln 2$

il faut que $x+8>0$ et $2+x>0$

$\Leftrightarrow x > -8$ et $x > -2$ donc $D =]-2 ; +\infty[$ 0,5

et $\ln(x+8) + \ln(2+x) = 4\ln 2$

$\Leftrightarrow \ln((x+8)(2+x)) = \ln(2^4)$ 0,5

$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 16 = 16$ 2,5

$\Leftrightarrow x^2 + 10x = 0$ 0,5

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -10 \notin D$ donc $S = \{0\}$ 0,5 0,5

e) $(\ln x)^2 + 4\ln x - 5 = 0 \Leftrightarrow X^2 + 4X - 5 = 0 \Leftrightarrow X = 1$ ou $X = -5$ 1

avec $X = \ln x$ d'où $\ln x = 1$ ou $\ln x = -5$

$\Leftrightarrow x = e$ 0,5 $\Leftrightarrow x = e^{-5}$ 0,5 donc $S = \{e ; e^{-5}\}$ 0,5 2,5

Ex2 $5 \times 1,02^n \geq 600$

/2

$\Leftrightarrow 1,02^n \geq 120$

$\Leftrightarrow \ln(1,02^n) \geq \ln 120$ 0,5

$\Leftrightarrow n\ln 1,02 \geq \ln 120$ 0,5

$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln 120}{\ln 1,02} \simeq 241,76$ 0,5

or $\frac{\ln 120}{\ln 1,02} \simeq 241,76$ donc 2

le plus petit entier est $n = 242$

Ex3 $f(x) = 3\ln x + 5x^2 - 1$

/2

$f'(x) = \frac{3}{x} + 10x$ $\left(= \frac{3 + 10x^2}{x}\right)$ 1

$g(x) = \ln(x^2+3)$ $\ln'(u) = \frac{u'}{u}$

$g'(x) = \frac{2x}{x^2+3}$ 1

Ex4 $f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x^2}$ sur $]0\,;+\infty[$

4,5

a) $f = \dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = 1 + \ln x$ $\quad v(x) = x^2$

$u'(x) = \dfrac{1}{x}$ $\quad v'(x) = 2x$ 0,5

d'où $f'(x) = \dfrac{\frac{1}{x} \times x^2 - (1+\ln x) \times 2x}{(x^2)^2} = \dfrac{x - 2x - 2x\ln x}{x^4} = \dfrac{-x - 2x\ln x}{x^4}$ 0,5

$= \dfrac{x(-1-2\ln x)}{x^4} = \dfrac{-1-2\ln x}{x^3}$ 0,5 1,5

b)

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$	
$-1-2\ln x$	‖	$+$	0	$-$		1
x^3	‖		$+$			0,25
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$		0,25
$f(x)$	‖	$\nearrow$	$\frac{e}{2}$	$\searrow$		0,5

$-1 - 2\ln x \geqslant 0$

$\Leftrightarrow -2\ln x \geqslant 1$

$\Leftrightarrow \ln x \leqslant -\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x \leqslant e^{-\frac{1}{2}}$

2

c) le maximum de f est $f(e^{-\frac{1}{2}}) = \dfrac{1 + \ln(e^{-\frac{1}{2}})}{(e^{-\frac{1}{2}})^2}$

$= \dfrac{1 - \frac{1}{2}}{e^{-1}}$ 0,5 $\left(\begin{array}{l} \text{car } \ln(e^{-\frac{1}{2}}) = -\frac{1}{2} \\ \text{et } (e^{-\frac{1}{2}})^2 = e^{-\frac{1}{2}\times 2} = e^{-1} \end{array}\right)$

$= \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{e}}$ 1

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{e}{1}$

$= \dfrac{e}{2}$ 0,5