N°28 p 260 attention à bien choisir et identifier u'(x) et v(x)

Puis , ne pas confondre, à partir de u'(x), on cherche une primitive de u'(x) afin d'obtenir u(x)

Et par contre, on calcule la dérivée de v(x) pour obtenir v'(x)

$$\int_0^1 xe^x dx = \int_0^1 e^x \times x\, dx = \int_0^1 u'(x) \times v(x) dx \qquad en\ posant\ \ u'(x) = e^x \ \ et \ \ v(x) = x$$

primitive dérivée

$$alors\ \ u(x) = e^x \quad et \ \ v'(x) = 1$$

et d'après la formule d'intégration par parties , $\int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx$

ce qui donne ici,

$$\begin{aligned}\int_0^1 xe^x dx &= [e^x \times x]_0^1 - \int_0^1 e^x \times 1dx \\ &= [xe^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx \\ &= [xe^x]_0^1 - [e^x]_0^1 \\ &= 1 \times e^1 - 0 \times e^0 - (e^1 - e^0) \\ &= e^1 - e^1 + 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

N°29 p 260

$$\int_1^e xln(x)dx = \int_1^e u'(x) \times v(x) dx \qquad en\ posant\ \ u'(x) = x \ \ et \ \ v(x) = \ln(x)$$

primitive dérivée

$$alors\ \ u(x) = \frac{x^2}{2} \quad et \ \ v'(x) = \frac{1}{x}$$

En appliquant la formule d'intégration par parties , $\int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx$

On obtient

$$\begin{aligned}\int_1^e xln(x)dx &= \left[\frac{x^2}{2} \times \ln(x)\right]_1^e - \int_1^e \left(\frac{x^2}{2} \times \frac{1}{x}\right) dx \\ &= \left[\frac{x^2}{2} \times \ln(x)\right]_1^e - \int_1^e \frac{x}{2}\, dx \\ &= \left[\frac{x^2}{2} \times \ln(x)\right]_1^e - \left[\frac{1}{2} \times \frac{x^2}{2}\right]_1^e\end{aligned}$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \times \ln(x)\right]_1^e - \left[\frac{x^2}{4}\right]_1^e$$

$$= \left(\frac{e^2}{2} \times \ln(e) - \frac{1^2}{2} \times \ln(1)\right) - \left(\frac{e^2}{4} - \frac{1^2}{4}\right)$$

$$= \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{e^2+1}{4}$$

N°64 p 263

$f(x) = 5 - (x-2)^2 = 5 - (x^2 - 4x + 4) = 5 - x^2 + 4x - 4 = -x^2 + 4x + 1$

$g(x) = -x + 1$

On détermine dans un 1er temps les abscisses des points d'intersection des 2 courbes.

$$f(x) = g(x)$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x + 1 = -x + 1$$
$$\Leftrightarrow \quad -x^2 + 5x = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x(-x+5) = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 0 \ \ ou\ x = 5$$

f (fonction trinôme) est représentée par la parabole et g (fonction affine) est représentée par la droite et **d'après le graphique, C_f est située au-dessus de C_g**

Puisque les 2 courbes se coupent aux points d'abscisses 0 et 5, l'aire colorée se calcule par

$$A = \int_0^5 (\boldsymbol{f(x) - g(x)})dx = \int_0^5 (-x^2 + 4x + 1) - (-x+1))dx = \int_0^5 (-x^2 + 5x)dx$$

Ainsi $A = \left[\frac{-x^3}{3} + \frac{5x^2}{2}\right]_0^5 = \left(\frac{-5^3}{3} + \frac{5\times5^2}{2}\right) - \left(\frac{-0^3}{3} + \frac{5\times0^2}{2}\right) = \frac{125}{6} \ \ u.a$

N°40 p 261 : voir corrigé p 482

N°62 p 263

2. $J = \int_0^3 \frac{1}{2x+1}dx = \int_0^3 f(x)dx \quad en\ \ posant\ f(x) = \frac{1}{2x+1}$

$f\ est\ de\ la\ forme\ \frac{u\,'}{u}\ \ avec\ u(x) = 2x+1 \quad donc\ u'(x) = 2$

or $f(x) = \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2x+1} \qquad ainsi\ on\ a\ \ f = \frac{1}{2} \times \frac{u'}{u}$

$$donc\ une\ primitive\ de\ f\ est\ F = \frac{1}{2}\ln(u) \quad car\ u(x) > 0\ sur\ [0\,;3]\ \ soit\ F(x) = \frac{1}{2}\ln(2x+1)$$

alors $J = \int_0^3 f(x)dx = \left[\frac{1}{2}\ln(2x+1)\right]_0^3 = F(3) - F(0) = \frac{1}{2}\ln(2\times 3+1) - \frac{1}{2}\ln(2\times 0+1) = \frac{1}{2}\ln(7)$

n° 31 p 260

$$\int_0^1 xe^{-2x}dx = \int_0^1 e^{-2x} \times x\ dx = \int_0^1 u'(x) \times v(x)dx \qquad en\ posant\ \ u'(x) = e^{-2x} \quad et \quad v(x) = x$$

primitive — dérivée

$$alors\ \ u(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} \qquad et \quad v'(x) = 1$$

en appliquant la formule d'intégration par parties , $\int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx$

on obtient,

$\int_0^1 xe^{-2x}dx = \left[-\frac{1}{2}e^{-2x} \times x\right]_0^1 - \int_0^1 (-\frac{1}{2}e^{-2x} \times 1)dx$

$$= \left[-\frac{1}{2}xe^{-2x}\right]_0^1 \ + \ \frac{1}{2}\int_0^1 e^{-2x}dx$$

$$= \left[-\frac{1}{2}xe^{-2x}\right]_0^1 \ + \ \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2}e^{-2x}\right]_0^1$$

$$= \left(-\frac{1}{2} \times 1e^{-2}\right) - \left(-\frac{1}{2} \times 0e^{0}\right) + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}e^{-2} - \left(-\frac{1}{2}e^{0}\right)\right)$$

$$= -\frac{1}{2}e^{-2} - \frac{1}{4}e^{-2} + \frac{1}{4}$$

$$= -\frac{3}{4}e^{-2} + \frac{1}{4} \qquad soit\ environ\ \ 0{,}148$$