N°71 p 371

1. $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-1\\4\\5\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}$ ainsi $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP} = -1\times 1 + 4\times 1 + 5\times 3 = 18$

et d'autre part $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP} = MN \times MP \times \cos(\widehat{PMN})$

or $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{42}$

et $MP = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2 + (z_P - z_M)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{11}$

ainsi $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP} = MN \times MP \times \cos(\widehat{PMN}) = \sqrt{42} \times \sqrt{11} \times \cos(\widehat{PMN})$

De ces 2 façons différentes de calculer $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP}$ on en déduit que

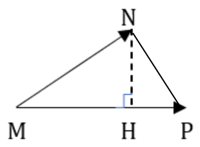
$$\sqrt{42}\times\sqrt{11}\times\cos\left(\widehat{PMN}\right) = 18$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos\left(\widehat{PMN}\right) = \frac{18}{\sqrt{42}\times\sqrt{11}}$$

$\Leftrightarrow \quad \cos\left(\widehat{PMN}\right) \approx 0{,}837$ d'où $\widehat{PMN} \approx 33°$ (touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice)

(attention à ce que votre calculatrice soit bien en degré et non en radian)

2. Si H est le projeté orthogonal de N sur (MP) alors



$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MP}.\overrightarrow{MN} = MP \times MH = \sqrt{11} \times MH$ or $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP} = 18$ (d'après 1.)

donc $\sqrt{11} \times MH = 18$ $d'où$ $MH = \frac{18}{\sqrt{11}} \approx 5{,}43$

alors, puisque MNH est un triangle rectangle en H, on a $NH^2 = MN^2 - MH^2$

$NH^2 = \left(\sqrt{42}\right)^2 - \left(\frac{18}{\sqrt{11}}\right)^2 = 42 - \frac{324}{11} = \frac{138}{11}$ donc $NH = \sqrt{\frac{138}{11}} \approx 3{,}54$

L'aire du triangle MNP est $A = \frac{MP\times NH}{2} = \frac{\sqrt{11}\times\sqrt{\frac{138}{11}}}{2} = \frac{\sqrt{138}}{2} \approx 5{,}87$