Exercice 1 :
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (5x - 10)e^{0,2x}$ et on note Cf sa courbe représentative dans un repère du plan.

a/ Montrer que pour tout réel x, on a $f'(x) = (x + 3)e^{0,2x}$
b/ Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 2 :
En 2020, une influenceuse sur les réseaux sociaux compte 1 000 abonnés à son profil. On modélise le nombre d'abonnés ainsi : chaque année, elle perd 10 % de ses abonnés auxquels s'ajoutent 250 nouveaux abonnés.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'abonnés à son profil en l'année $(2020+n)$, suivant cette modélisation. Ainsi $u_0 = 1\,000$.

1. Calculer u_1.
2. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,9u_n + 250$.
3. La fonction Python nommée « suite » est définie ci-dessous. Dans le contexte de l'exercice, interpréter la valeur renvoyée par suite(10).

```
def suite( n) :
  u = 1 000
  for i in range(n) :
    u = 0,9*u + 250
  return u
```

4. a. Montrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant 2500$.
   b. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
5. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 2500$ pour tout entier naturel n.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,9 et de terme initial $v_0 = -1500$.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et montrer que :

$$u_n = -1\,500 \times 0,9^n + 2500.$$

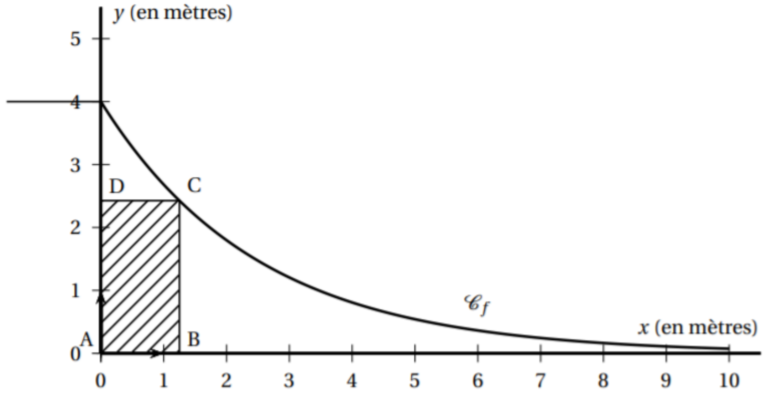
6. a. Calculer u_{20} et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
   b. Déterminer, par la méthode de votre choix, en quelle année le nombre d'abonnés dépassera 2 200.

Exercice 1 :

Un publicitaire envisage la pose d'un panneau rectangulaire sous une partie de rampe de skateboard. Le profil de cette rampe est modélisé par la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$f(x) = 4e^{-0,4x}.$$

Cette courbe $\mathscr{C}_f$ est tracée ci-dessous dans un repère d'origine O :



Le rectangle ABCD représente le panneau publicitaire et répond aux contraintes suivantes : le point A est situé à l'origine du repère, le point B est sur l'axe des abscisses, le point D est sur l'axe des ordonnées et le point C est sur la courbe $\mathscr{C}_f$.

1. On suppose dans cette question que le point B a pour abscisse $x = 2$.
   Montrer qu'une valeur approchée de l'aire du panneau publicitaire est 3,6 m².
2. Parmi tous les panneaux publicitaires qui répondent aux contraintes de l'énoncé, quelles sont les dimensions de celui dont l'aire est la plus grande possible?
   On donnera les dimensions d'un tel panneau au centimètre près.

Exercice 2 :
a/ Pour tout entier naturel $n \neq 0$, on note $S_n = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$

Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel $n \neq 0$, $\quad S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

b/ On considère l'expression $P_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \ldots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ définie pour tout entier naturel $n \geq 2$.
Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel $n \geq 2$, $\quad P_n = \frac{1}{n}$