__Corrigé séance AP révision DS 2 dec 2024__

Exercice 1 :

1) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\3\\-2\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires car $\frac{2}{-2} \neq \frac{-2}{3} \neq \frac{-2}{-2}$ donc les points A, B et C ne sont pas alignés et ils définissent un plan.

2) K est le milieu de [AB] donc K $\left(\frac{1+3}{2} ; \frac{2+0}{2} ; \frac{3+1}{2}\right)$ soit K (2 ; 1 ; 2)

$$\overrightarrow{CP} = 3\,\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x_P-(-1)\\y_P-5\\z_P-1\end{pmatrix} = 3 \times \begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x_P+1\\y_P-5\\z_P-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\-6\\-6\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}x_P+1=6\\y_P-5=-6\\z_P-1=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_P=6-1\\y_P=-6+5\\z_P=-6+1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_P=5\\y_P=-1\\z_P=-5\end{cases}$$

donc les coordonnées du point P sont (5 ; -1 ; -5).

3) $\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$

$$\begin{pmatrix}5-1\\-1-2\\-5-3\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}-2\\3\\-2\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}4=2\alpha-2\beta\\-3=-2\alpha+3\beta\\-8=-2\alpha-2\beta\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2=\alpha-\beta\\-3=-2\alpha+3\beta\\-8=-2\alpha-2\beta\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\beta=\alpha-2\\-3=-2\alpha+3(\alpha-2)\\-8=-2\alpha-2(\alpha-2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\beta=\alpha-2\\-3=-2\alpha+3\alpha-6\\-8=-2\alpha-2\alpha+4\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\beta=\alpha-2\\-3=\alpha-6\\-8-4=-4\alpha\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\beta=\alpha-2\\-3+6=\alpha\\-12=-4\alpha\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\beta=\alpha-2\\3=\alpha\\\alpha=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\beta=3-2\\\alpha=3\\\alpha=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\beta=1\\\alpha=3\\\alpha=3\end{cases}$$

Ainsi $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ donc P appartient au plan (ABC)

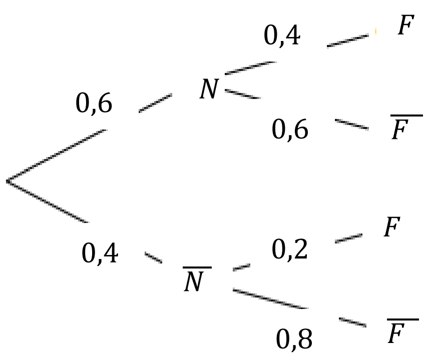
4) Les vecteurs $\overrightarrow{PL}\begin{pmatrix}9\\-6\\-21\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PK}\begin{pmatrix}-3\\2\\7\end{pmatrix}$ sont colinéaires car $\frac{9}{-3} = \frac{-6}{2} = \frac{-21}{7} = -3$ donc $\overrightarrow{PL} = -3\,\overrightarrow{PK}$

Donc les points P, L et K sont alignés.

__Exercice 2__:

Partie A

1/



2/ N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers, donc d'après la formule des probabilités totales, on a

$$\begin{aligned} p(F) &= p(N \cap F) + p(\overline{N} \cap F) \\ &= p(N) \times p_N(F) + p(\overline{N}) \times p_{\overline{N}}(F) \\ &= 0{,}6 \times 0{,}4 + 0{,}4 \times 0{,}2 \\ &= 0{,}24 + 0{,}08 \\ &= 0{,}32 \end{aligned}$$

donc la probabilité que le bonbon choisi soit au goût « farceur » est égale à 0,32

3/ La probabilité recherchée est $p_F(N) = \frac{p(N\cap F)}{p(F)} = \frac{0{,}24}{0{,}32} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

Partie B

1/ On répète 5 fois de manière identique et indépendante une même épreuve de Bernoulli pour laquelle la probabilité du succès S : « le bonbon est au goût farceur » est égale à 0,32.
Donc la variable aléatoire X associée au nombre de bonbons au goût « farceur » suit la loi binomiale de paramètres n= 5 et p = 0,32

2/ La probabilité recherchée est $P(X = 2) = \binom{5}{2} \times 0{,}32^2 \times (1 - 0{,}32)^3 \approx 0{,}321$

3/ La probabilité de prendre au moins un bonbon au goût « farceur » est

$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{5}{0} \times 0{,}32^0 \times (1 - 0{,}32)^5 = 1 - 0{,}68^5 \approx 1 - 0{,}145 \approx 0{,}855 < 0{,}99$

Donc Bilal a tort car il a moins de 99% de chances de prendre au moins un bonbon au goût « farceur ».

<u>Exercice 3</u>:

$f(x) = 0{,}001x^3 - 0{,}0225x^2 + 2$, où x représente le nombre d'heures écoulées depuis l'instant initial et $f(x)$ la concentration, en g/L, du médicament dans le sang.

1. $f'(x) = 0{,}001 \times 3x^2 - 0{,}0225 \times 2x = 0{,}003x^2 - 0{,}045x$

$f'(x)$ est un trinôme avec $a = 0{,}003$ $b = -0{,}045$ $c = 0$ d'où $\Delta = (-0{,}045)^2 - 4 \times 0{,}003 \times 0 = 0{,}002025$

$x_1 = \frac{-(-0{,}045)-\sqrt{0{,}002025}}{2\times 0{,}003} = 0$ $\qquad$ $x_2 = \frac{-(-0{,}045)+\sqrt{0{,}002025}}{2\times 0{,}003} = 15$

Remarque : on peut factoriser $f'(x) = 0{,}003x^2 - 0{,}045x = x(0{,}003x - 0{,}045)$ *et retrouver alors les racines 0 et 15 car* $0{,}003x - 0{,}045 = 0 \Leftrightarrow x = 15$

Puisque $a = 0{,}003 > 0$, alors le trinôme est positif à l'extérieur des racines 0 et 15, et il est négatif entre les 2 racines 0 et 15, d'où le tableau suivant :

x	0		15
$f'(x)$	0	-	0
$f(x)$	2	$\searrow$	0,3125

2. f est définie, continue et strictement décroissante sur l'intervalle [0 ; 15].

Or 0,4 est compris entre $f(0) = 2$ et $f(15) = 0{,}3125$

Donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0{,}4$ admet une unique solution α sur [0 ; 15].

D'après la calculatrice, on a $12{,}9 < \alpha < 13$.

3. a. $f'(x) = 0{,}003x^2 - 0{,}045x$

et $f''(x) = 0{,}003 \times 2x - 0{,}045 = 0{,}006x - 0{,}045$

b. $f''(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}006x - 0{,}045 = 0 \Leftrightarrow x = 7{,}5$

ainsi , puisque $a = 0{,}006 > 0, on\ a$

x	0		7,5		15
$f''(x)$		-	0	+	

On en déduit que la fonction f est concave sur [0 ; 7,5] (car $f''(x) \leq 0$ sur [0 ; 7,5]) et que la fonction f est convexe sur [7,5 ; 15] (car $f''(x) \geq 0$ sur [7,5 ; 15])

De plus, la dérivée seconde f'' s'annule en changeant de signe pour $x = 7{,}5$ donc la courbe C_f admet un point d'inflexion d'abscisse 7,5

Partie B

1. Puisque f est décroissante sur [0 ; 15] et que l'équation $f(x) = 0{,}4$ admet une unique solution α sur [0 ; 15] avec $12{,}9 < \alpha < 13$, alors on en déduit que le médicament est actif pendant 12,9 heures

2. La baisse de la concentration ralentit au point d'inflexion de la courbe, donc au bout de 7,5 heures car la fonction f est décroissante et devient convexe