BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

BAC BLANC N°1

MATHÉMATIQUES

Mercredi 15 janvier 2025

Sujet 2

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Toute réponse non justifiée ne rapporte pas de point.

Dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ de l'espace, on donne les points

$$A\,(5\,;\,1\,;\,2) \qquad B\,(6\,;\,5\,;\,0) \qquad C\,(5\,;\,3\,;\,0) \qquad \text{et} \qquad D\,(7\,;\,3\,;\,4)$$

Affirmation1 : Le point D appartient au plan (ABC)

Affirmation2 : Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales

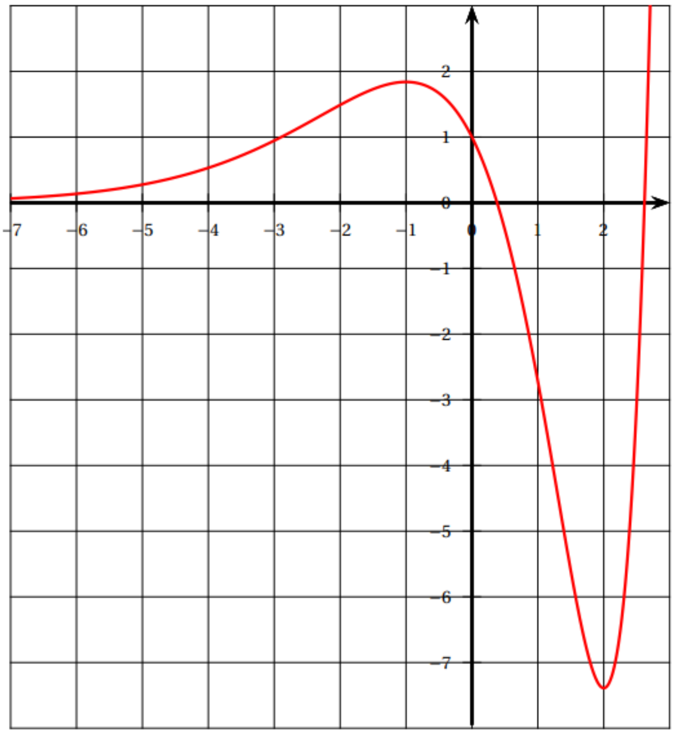
Affirmation3 : Le triangle ABC est un triangle isocèle

Affirmation4 : Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC)

Exercice 2 (5 points)

Partie A

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note $f\,'$ sa fonction dérivée.
On donne ci-dessous la courbe représentative de la **fonction dérivée $f\,'$.**



Dans cette partie, les résultats seront obtenus par lecture graphique de la courbe représentative de la **fonction dérivée $f\,'$**. Aucune justification n'est demandée.

1. Donner le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On utilisera des valeurs approchées si besoin.
2. Donner les intervalles sur lesquels la fonction semble être convexe.

Partie B

On admet que la fonction f de la partie **A** est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(x^2 - 5x + 6\right) \mathrm{e}^x.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

2. Montrer que, pour tout réel x, on a $f'(x) = \left(x^2 - 3x + 1\right) \mathrm{e}^x$.

3. En déduire le sens de variation de la fonction f.

4. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(\mathscr{T})$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f. On admet que, pour tout réel x, on a $f''(x) = (x+1)(x-2)\mathrm{e}^x$.

5. **a.** Étudier la convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

b. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-1\,;\,2]$, on a $f(x) \leqslant x + 6$.

Exercice 3 (5 points)

Une entreprise a créé une Foire Aux Questions (« FAQ ») sur son site internet.

On étudie le nombre de questions qui y sont posées chaque mois.

Partie A : Première modélisation

Dans cette partie, on admet que, chaque mois :

- 90 % des questions déjà posées le mois précédent sont conservées sur la FAQ;
- 130 nouvelles questions sont ajoutées à la FAQ.

Au cours du premier mois, 300 questions ont été posées.

Pour estimer le nombre de questions, en centaines, présentes sur la FAQ le n-ième mois, on modélise la situation ci-dessus à l'aide de la suite (u_n) définie par :

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 1,3 \quad avec \quad u_1 = 3$$

1. Calculer u_2 et u_3 et proposer une interprétation dans le contexte de l'exercice.

2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$:

$$u_n = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^n$$

3. En déduire que la suite (u_n) est croissante.

4. On considère le programme ci-contre, écrit en langage Python.

Déterminer la valeur renvoyée par la saisie de seuil(8.5) et l'interpréter dans le contexte de l'exercice.

```
def seuil(p) :
    n=1
    u=3
    while u<=p :
        n=n+1
        u=0.9*u+1.3
    return n
```

5. Quel sera, à long terme, le nombre de questions présentes sur la FAQ ?

Partie B : Une autre modélisation

Dans cette partie, on considère une seconde modélisation à l'aide d'une nouvelle suite (v_n) définie pour tout entier naturel $n \geqslant 1$ par :

$$v_n = 9 - 6 \times e^{-0,19(n-1)}$$

Le terme v_n est une estimation du nombre de questions, en centaines, présentes le n-ième mois sur la FAQ.

1. Préciser les valeurs arrondies au centième de v_1 et v_2.
2. Déterminer, en justifiant la réponse, la plus petite valeur de n telle que $v_n > 8,5$.

Partie C : Comparaison des deux modèles

1. L'entreprise considère qu'elle doit modifier la présentation de son site lorsque plus de 850 questions sont présentes sur la FAQ.
   Parmi ces deux modélisations, laquelle conduit à procéder le plus tôt à cette modification ?
   Justifier votre réponse.

Exercice 4 (6 points)

Au basket-ball, il existe deux sortes de tir :
- Les tirs à deux points. Ils sont réalisés près du panier et rapportent deux points s'ils sont réussis.
- Les tirs à trois points. Ils sont réalisés loin du panier et rapportent trois points s'ils sont réussis.

Sandrine s'entraîne au tir. On dispose des données suivantes :

- Un quart de ses tirs sont des tirs à deux points. Parmi eux, 60 % sont réussis.
- Trois quarts de ses tirs sont des tirs à trois points. Parmi eux, 35 % sont réussis.

1. Sandrine réalise un tir.
   On considère les événements suivants :

   D : « il s'agit d'un tir à deux points »
   R : « le tir est réussi »

   a. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
   b. Calculer la probabilité p ($\overline{D} \cap R$).
   c. Démontrer que la probabilité que Sandrine réussisse un tir est égale à 0,4125.
   d. Sandrine réussit un tir. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points. Arrondir le résultat au centième.

2. Sandrine réalise à présent une série de 10 tirs à trois points.
   On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de tirs réussis.
   On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Sandrine réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.
   a. Justifier que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
   b. Calculer l'espérance de X. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
   c. Déterminer la probabilité que Sandrine rate 4 tirs ou plus. Arrondir le résultat au centième.
   d. Déterminer la probabilité que Sandrine rate au plus 4 tirs. Arrondir le résultat au centième.

3. Soit n un entier naturel non nul.
   Sandrine souhaite réaliser une série de n tirs à trois points.
   On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité qu'elle réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.
   Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité que Sandrine réussisse au moins un tir parmi les n tirs soit supérieure ou égale à 0,99.