Terminales Spécialité Maths	D S n° 1	le 21 septembre 2020
Durée : 2 h 45	calculatrice autorisée	

Vous rédigerez chaque exercice sur une copie séparée.

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 7x + 10$ et g la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par

$g(x) = \sqrt{x}$.

On note u la fonction définie par $u = g \circ f$

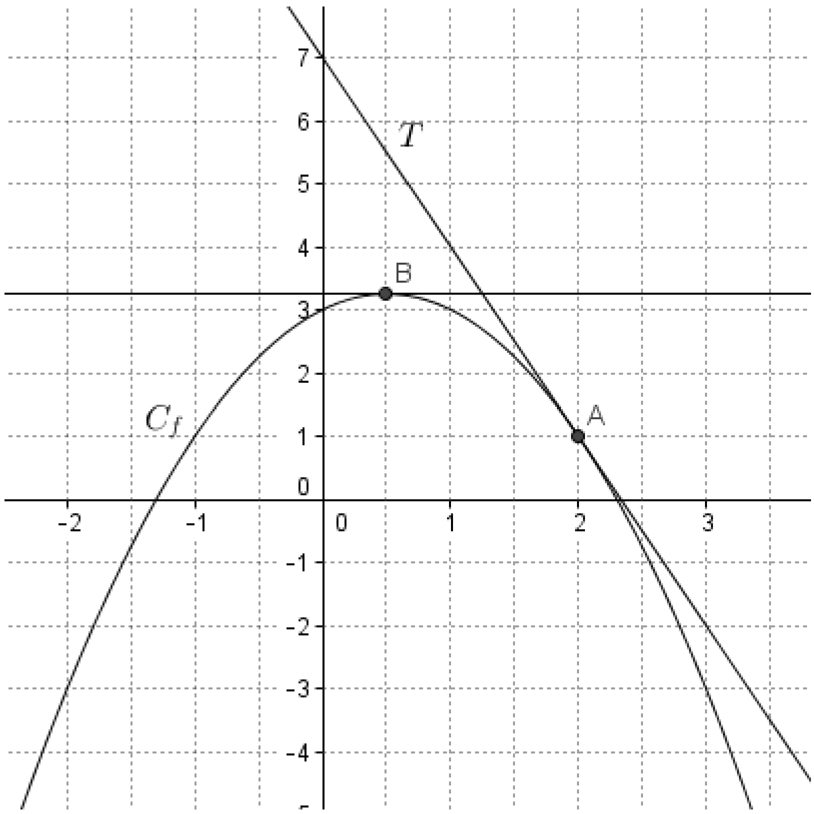
1) Déterminer explicitement $u(x)$.
2) a) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.
   b) En déduire l'ensemble de définition de la fonction u.
3) Calculer $u'(x)$ et en déduire les variations de la fonction u.

Exercice 2 :

Dans cet exercice, les parties A, B et C peuvent être traitées indépendamment.

Partie A : Lectures graphiques

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative C_f est donnée ci-dessous.



La droite T est la tangente à la courbe C_f au point A(2 ; 1) et elle passe par le point de coordonnées (0 ; 7).

La tangente à la courbe C_f au point B est horizontale.

Déterminer **en justifiant** :

1) $f(-1)$
2) Le nombre dérivé de f en 0,5
3) $f'(2)$
4) L'équation réduite de la droite T
5) Les solutions de l'inéquation $f'(x) > 0$
6) La convexité de f sur [0,5 ; 2]

Partie B : Par le calcul

L'objectif de cette partie est de démontrer certains résultats de la partie A par le calcul.

On admet que la fonction f dont on donne la courbe représentative en partie A est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + x + 3$

1) Montrer que la fonction f est concave sur $\mathbb{R}$.
2) Justifier que, pour tout réel x,
$$-x^2 + x + 3 \leq -3x + 7$$
Pour la réponse à cette question, toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

Partie C :

L'objectif de cette partie est de démontrer le résultat de la partie B d'une 2$^{\text{ème}}$ manière.

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - (-3x + 7)$

1) Etudier le signe de g sur $\mathbb{R}$
2) En déduire que, pour tout réel x,
$$-x^2 + x + 3 \leq -3x + 7$$

Exercice 3 :

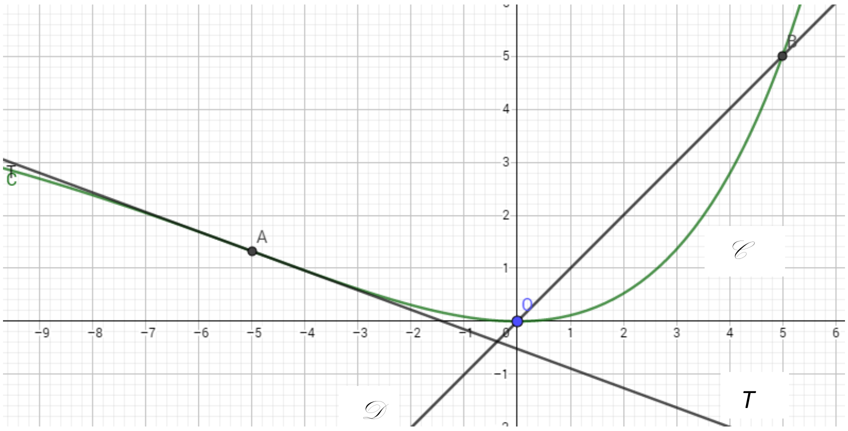
Dans cette exercice, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte lors de la correction.

Soit la fonction $\boldsymbol{f}$ définie sur $\mathbb{R}$ par $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x}^2 + 2\boldsymbol{x} - 3)^3$
La courbe représentative de la fonction $\boldsymbol{f}$ admet-elle des tangentes parallèles à l'axe des abscisses ?
Si oui, combien ?

Exercice 4 :

Dans la figure ci-dessous sont représentés dans un repère orthogonal :

— la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10 ; 5]$;
— la tangente T à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse -5;
— la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x$;



Partie A

Dans cette partie les estimations seront obtenues par lecture graphique.

Cette partie A est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. Parmi les quatre valeurs ci-dessous, la meilleure valeur approchée du coefficient directeur de la tangente T est :

a. $-\frac{1}{3}$ **b.** -3
c. 3 **d.** $\frac{1}{3}$

2. La fonction f semble :

a. concave sur $[-5 ; 0]$ **b.** concave sur $[-10 ; 0]$
c. convexe sur $[-10 ; 5]$ **d.** convexe sur $[-5 ; 5]$

Partie B

La fonction f précédente, définie et dérivable sur l'intervalle $[-10 ; 5]$, a pour expression

$$f(x) = (x-5)e^{0,2x} + 5.$$

1. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[-10 ; 5]$.
   a. Montrer que $f'(x) = 0,2xe^{0,2x}$.
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [-10; 5].
   c. Déterminer la valeur exacte du coefficient directeur de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse -5.
2. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	$g(x) = 0,2x * \exp(0,2x)$ $\rightarrow g(x) = \frac{1}{5}xe^{\frac{1}{5}x}$
2	Dérivée $g'(x) = \frac{1}{25}xe^{\frac{1}{5}x} + \frac{1}{5}e^{\frac{1}{5}x}$

   a. En utilisant ces résultats, justifier que la dérivée seconde de f, notée f'', est définie par $f''(x) = (0,2 + 0,04x)e^{0,2x}$.
   b. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 5]$.

   c. Justifier que $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion et donner ses coordonnées.