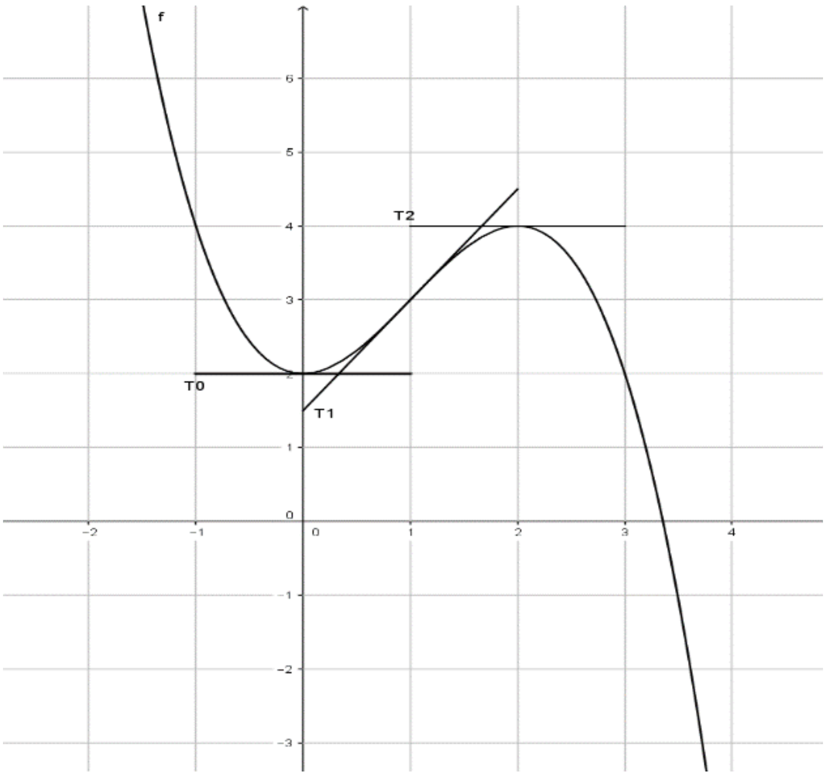
Terminales Spécialité Maths	D S n° 1	le 25 septembre 2023
Durée : 1 h 45	calculatrice autorisée	

<u>Exercice 1</u> : 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).Pour chacune des questions posées, une seule des réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. On ne demande pas de justifier.

Les questions 1. à 3. portent sur la courbe C ci-dessous qui représente une fonction f définie et deux fois dérivable sur [-2 ; 4]. T0 est la tangente à C au point d'abscisse 0, T1 est la tangente à C au point d'abscisse 1, T2 est la tangente à C au point d'abscisse 2.



1. C admet un point d'inflexion qui a pour coordonnées :
a) (0 ; 2) b) (1 ; 3) c) (2 ; 4)

2. Le nombre $f''(-1)$ est :
a) strictement négatif b) nul c) strictement positif

3. La fonction dérivée f' est :
a) croissante sur [-2 ; 0] b) croissante sur [0 ; 2] c) décroissante sur [-2 ; 0]

4. Soient u et v les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^2$ et $v(x) = 5e^x$.
On note f la fonction définie par $f = u \circ v$, alors $f(x) =$
a) $5e^{x^2}$ b) $25e^{2x}$ c) $5x^2e^x$

5. Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5\sqrt{x^2 - 2x + 2}$. Alors, pour tout réel x, on a $f'(x) =$

a) $\frac{5}{2\sqrt{x^2-2x+2}}$ b) $\frac{10x-2}{2\sqrt{x^2-2x+2}}$ c) $\frac{5x-5}{\sqrt{x^2-2x+2}}$

<u>Exercice 2</u> : 7 points

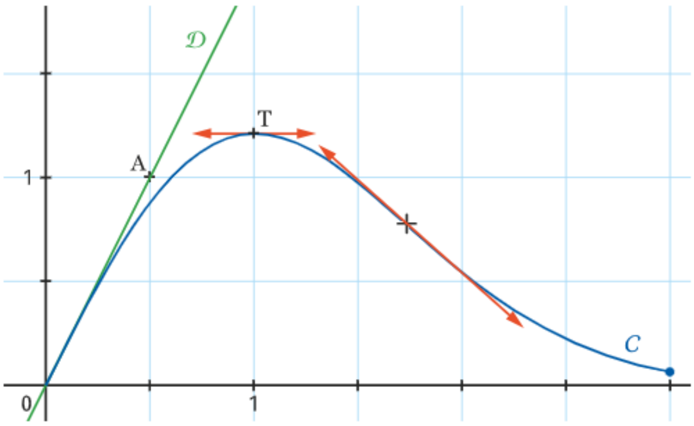
On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[0\,;3]$. On note f' la fonction dérivée de f.

La droite $\mathcal{D}$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0. Elle passe par la point A de coordonnées $(0{,}5\,;1)$ et par l'origine du repère.

La tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

Partie A

Dans cette partie les réponses seront obtenues par lecture graphique.



1. Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$
2. Donner la valeur de $f'(1)$. Justifier.
3. Proposer un intervalle sur lequel la fonction semble concave.

Partie B

La fonction f est définie sur $[0;3]$ par $f(x) = 2xe^{-0{,}5x^2}$. On note f' la fonction dérivée de f sur $[0;3]$]

1. Montrer que, pour tout $x \in [0;3]$:

$$f'(x) = (2-2x^2)e^{-0{,}5x^2}$$

2. Etudier les variations de la fonction f sur $[0;3]$ et dresser son tableau de variations.
3. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1		Dérivée(Dérivée($2xe^{-0{,}5x^2}$)) $\rightarrow e^{-0{,}5x^2}(-4x) - xe^{-0{,}5x^2}(2-2x^2)$
2		Factoriser ($e^{-0{,}5x^2}(-4x) - xe^{-0{,}5x^2}(2-2x^2)$) $\rightarrow x(2x^2-6)e^{-0{,}5x^2}$

a. Donner alors une expression de $f''(x)$

b. Etudier la convexité de f sur $[0\,;3]$

Partie C

En Europe, les observateurs d'une maladie nécessitant une hospitalisation considèrent qu'ils peuvent modéliser par cette fonction f l'évolution du nombre de lits occupés par des malades pendant les trois mois d'hiver.

Pour tout x appartenant à $[0\,;3]$, $f(x)$ représente le nombre de lits occupés, exprimé en million, à l'instant x, exprimé en mois.

Un journaliste affirme que cet hiver le nombre de lits occupés lors du pic de la maladie a dépassé le million.

Que dire de cette affirmation ?

<u>Exercice 3</u> : 4 points

Une marque de soda a lancé une vaste campagne de publicité pour promouvoir une nouvelle boisson auprès des jeunes.

La fréquence des jeunes connaissant ce nouveau soda est modélisée par la fonction f définie sur $[0;\ +\infty[$ par : $f(t) = \frac{2t+1}{2t+4}$ où t désigne le nombre de mois écoulés depuis le début de la campagne.

1. Quel est le pourcentage de jeunes qui connaissent cette boisson au début de la campagne ? Quel est le pourcentage de jeunes qui connaissent cette boisson au bout d'un mois ?

2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

3. Résoudre l'équation $f(t) = 0{,}75$. Interpréter le résultat obtenu.

<u>Exercice 4</u> : 4 points

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4(x-2)^3$ et on note Cg sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Déterminer $g'(x)$ puis $g''(x)$

2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe Cg au point d'abscisse 1

3. Montrer que, pour tout réel $x \leq 2$,

$$4(x-2)^3 \leq 12x - 16$$

   (*Pour cette question toute trace de recherche même non fructueuse sera prise en compte lors de la correction)*