Exercice 1

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 - 5n^2 + 2$ b) $\lim\limits_{n\to+\infty} (3n+2)(1-n)$ c) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2-1}{n^2+1}$ d) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5}{2\sqrt{n}-1}$

e) $\lim\limits_{n\to+\infty} 2n^3 + 3n - 1$ f) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2-2n}{n+3}$ g) $\lim\limits_{n\to+\infty} (5n-1)(3+\frac{1}{n})$ h) $\lim\limits_{n\to+\infty} -2n^2 + 10n$

i) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{3n+1}{n^2+n}$ j) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2n}{3n+5}$ k) $\lim\limits_{n\to+\infty} 6 - \frac{2}{n+3}$ l) $\lim\limits_{n\to+\infty} 2n - \sqrt{n}$

m) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{6n^2+3n+5}{2n^2-5n+1}$ n) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{3}{\sqrt{n}} - 5n$ o) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2n^3+3}{5n^4-8n^2+n}$

Exercice 2

En utilisant le théorème de comparaison ou des gendarmes, déterminer la limite des suites de terme général u_n suivantes :

a) $u_n = \frac{\sin(n)}{n}$ b) $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$ c) $u_n = n^2 + n\times(-1)^n$ d) $u_n = -n + sin(n)$ e) $u_n = n + 3\times(-1)^n$

Exercice 3

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 0{,}4\, u_n + 9$

Partie A

1/ Démontrer par récurrence que pour tout entier n, $u_n \leq 15$

2/ Déterminer le sens de variation de la suite (u_n)

3/ Justifier que la suite (u_n) converge.

4/ Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

Partie B

Dans cette partie, on se propose de déterminer la limite ℓ de la suite (u_n) en utilisant une autre méthode.
Pour cela, on considère la suite (v_n) définie pour tout entier n par $v_n = u_n - 15$

a/ Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.
b/ Déterminer l'expression de u_n en fonction de n
c/ En déduire la limite ℓ de la suite (u_n).

Exercice 4

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = -0{,}2\, {u_n}^2 + 2u_n$

1/ Déterminer le sens de variation de la fonction f définie sur [1 ; 5] par $f(x) = -0{,}2x^2 + 2x$

2/ Démontrer par récurrence que pour tout entier n, $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 5$

3/ Justifier que la suite (u_n) converge.

4/ Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).