

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1 \text{ sur } [0; 3]$$

1) a)  $g'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$  et  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = 1$

| x       | 0  | 1 | $\alpha$ | 3  |
|---------|----|---|----------|----|
| $g'(x)$ | 0  | - | 0        | +  |
| $g(x)$  | -1 |   | -2       | 26 |

$a = 6 > 0$

b) sur  $[0; 1]$ , le maximum de  $g$  est  $-1$  donc l'équation  $g(x) = 0$  n'admet pas de solution

sur  $[1; 3]$ ,  $g$  est définie, continue et strictement croissante. Or 0 est compris entre  $g(1) = -2$  et  $g(3) = 26$  donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $[1; 3]$

En conclusion, l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $[0; 3]$  et d'après la calculatrice,  $\alpha \approx 1,7$

c) D'après le tableau de variation, on en déduit :

| x      | 0 | $\alpha$ | 3 |
|--------|---|----------|---|
| $g(x)$ | - | 0        | + |

2)  $f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}$  sur  $[0; 3]$

a)  $f = \frac{u}{v}$  avec  $u(x) = 1-x$   $u'(x) = -1$   $v(x) = x^3+1$   $v'(x) = 3x^2$  or  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$\text{donc } f'(x) = \frac{-1 \times (x^3+1) - (1-x) \times 3x^2}{(x^3+1)^2} = \frac{-x^3 - 1 - 3x^2 + 3x^3}{(x^3+1)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2 - 1}{(x^3+1)^2} = \frac{g(x)}{(x^3+1)^2}$$

| x           | 0 | $\alpha$ | 3 |
|-------------|---|----------|---|
| $g(x)$      | - | 0        | + |
| $(x^3+1)^2$ |   | +        |   |
| $f'(x)$     | - | 0        | + |

ainsi

| x       | 0 | $\alpha$ | 3               |
|---------|---|----------|-----------------|
| $f'(x)$ | - | 0        | +               |
| $f(x)$  | 1 |          | $-\frac{1}{14}$ |

$f(\alpha) \approx -0,118$