Terminales Spé Maths G3	interrogation n° 4 : CORRIGE

Exercice 1

X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(11\ ;\ 0{,}4)$. Calculer, à 10^{-3} près, les probabilités suivantes :

1/a) $p\,(X=3) = \binom{11}{3} \times 0{,}4^3 \times (1-0{,}4)^8 \approx 0{,}177$

b) $p\,(X \leq 5) \approx 0{,}753$ *(par calculatrice)*

c) $p\,(X \geq 3) = 1 - p\,(X \leq 2) \approx 1 - 0{,}119 \approx 0{,}881$

2/ $E(X) = n \times p = 11 \times 0{,}4 = 4{,}4$

$V\,(X) = n \times p \times (1-p) = 11 \times 0{,}4 \times (1-0{,}4) = 2{,}64$ et $\sigma\,(x) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{2{,}64} \approx 1{,}625$

Exercice 2

Une loterie comporte un grand nombre de billets parmi lesquels 15 % sont gagnants.
On prend au hasard 20 billets. On admet que, vu le grand nombre de billets, le choix des billets est assimilé à un tirage indépendant avec remise et on note X la variable aléatoire associée au nombre de billets gagnants.

1/ X suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0{,}15$

2/ $p\,(X=3) = \binom{20}{3} \times 0{,}15^3 \times (1-0{,}15)^{17} \approx 0{,}243$

3/ $p\,(X \geq 1) = 1 - p\,(X=0) = 1 - \binom{20}{0} \times 0{,}15^0 \times (1-0{,}15)^{20} = 1 - 0{,}85^{20} \approx 1 - 0{,}039 \approx 0{,}961$

4/ On cherche le plus petit entier n tel que

$$\begin{aligned} p\,(X \geq 1) \geq 0{,}99 \quad & \Leftrightarrow 1 - p\,(X=0) \geq 0{,}99 \\ & \Leftrightarrow 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}15^0 \times (1-0{,}15)^n \geq 0{,}99 \\ & \Leftrightarrow 1 - 0{,}85^n \geq 0{,}99 \\ & \Leftrightarrow -0{,}85^n \geq -0{,}01 \\ & \Leftrightarrow 0{,}85^n \leq 0{,}01 \end{aligned}$$

or $0{,}85^{28} \approx 0{,}0156$ *et* $0{,}85^{29} \approx 0{,}0089$ donc $n = 29$

Il faut donc prendre au moins 29 billets pour que la probabilité d'avoir au moins un billet gagnant soit supérieure à 0,99

Exercice 3

a) $p\,(S) = 0{,}08$ $\quad p_S\,(I) = 0{,}9$ $\quad p_{\bar{S}}\,(I) = 0{,}01$

a) S et $\bar{S}$ forment une partition de l'univers et d'après la formule des probabilités totales

$$P\,(I) = p\,(S \cap I) + p\,(\bar{S} \cap I) = 0{,}08 \times 0{,}9 + 0{,}92 \times 0{,}01 = 0{,}072 + 0{,}0092 = 0{,}0812$$

b) La probabilité recherchée est $p_I(S) = \dfrac{p\,(S \cap I)}{p\,(I)} = \dfrac{0{,}072}{0{,}0812} \approx 0{,}887$

c) Il faut calculer $p_{\bar{I}}(\bar{S}) = \dfrac{p\,(\bar{S} \cap \bar{I})}{p\,(\bar{I})}$

or $p\,(\bar{S} \cap \bar{I}) = 0{,}92 \times 0{,}99 = 0{,}9108$ et $p\,(\bar{I}) = 1 - p\,(I) = 1 - 0{,}0812 = 0{,}9188$

ainsi $p_{\bar{I}}(\bar{S}) = \dfrac{p\,(\bar{S} \cap \bar{I})}{p\,(\bar{I})} = \dfrac{0{,}9108}{0{,}9188} \approx 0{,}9913 > 0{,}99$

donc l'affirmation est vraie, l'entreprise a raison