

N° 52 p 65

1. a. Le nombre de vélos au 1^{er} juillet 2021 est $u_1 = 150 - 150 \times \frac{20}{100} + 35 = 155$
- b. D'une année à l'autre le nombre de vélos diminue de 20 % donc il est multiplié par 0,8 puis on ajoute 35 nouveaux vélos ainsi $u_{n+1} = 0,8u_n + 35$
2. a. La formule à recopier en B3 est : $= 0,8 \times B2 + 35$ (ou éventuellement $= 0,8 \times \$B2 + 35$)
- b. On peut conjecturer que la suite (u_n) a pour limite 175
3. a. On considère alors la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 175$ (alors $u_n = v_n + 175$)

Cette suite (v_n) est géométrique car :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= u_{n+1} - 175 \\&= 0,8u_n + 35 - 175 \\&= 0,8u_n - 140 \\&= 0,8(v_n + 175) - 140 \\&= 0,8v_n + 140 - 140 \\&= 0,8v_n\end{aligned}$$

donc (v_n) est une suite géométrique de raison q = 0,8

et de 1^{er} terme $v_0 = u_0 - 175 = 150 - 175 = -25$

b. On a alors $v_n = v_0 \times q^n = -25 \times 0,8^n$

Et puisque $u_n = v_n + 175$ on obtient finalement $u_n = -25 \times 0,8^n + 175$

c. On sait que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$ car $-1 < 0,8 < 1$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} -25 \times 0,8^n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -25 \times 0,8^n + 175 = 175$

Donc $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 175$

d. Ce résultat signifie qu'à long terme, le nombre de vélos stagnera à 175 vélos.