Exercice 1 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Pour les questions 1. 2. 3., l'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.
On donne les points $A\ (1\,;\ 0\,;\ -1)$, $B\ (1\,;\ 2\,;\ 3)$, $C\ (-5\,;\ 5\,;\ 0)$ et $D\ (13\,;\ -4\,;\ 9)$

1. Les points A, B, C et D sont tels que $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ avec :

a) $\alpha = 2$ et $\beta = -3$ b) $\alpha = 3$ et $\beta = -2$ c) $\alpha = -3$ et $\beta = -2$ d) $\alpha = -2$ et $\beta = 3$

2. Les droites (AB) et (CD) sont :

a) confondues b) strictement parallèles c) sécantes d) non coplanaires

3. Les coordonnées du point K défini par $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ sont :

a) $(2\,;\ -1\,;\ 1)$ b) $(-1\,;\ 3\,;\ 2)$ c) $(-2\,;\ 1\,;\ -1)$ d) $(3\,;\ 1\,;\ 4)$

Exercice 2 :

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de surréservation afin d'abaisser les coûts.
Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site Internet de la compagnie.

PARTIE A

Une étude réalisée par la compagnie a établi que, sur cette ligne, pour une réservation en agence, $5\,\%$ des clients ne se présentent pas à l'embarquement alors que, pour une réservation par Internet, $2\,\%$ des clients ne se présentent pas à l'embarquement.
Les réservations en agence représentent $30\,\%$ de l'ensemble des réservations.

Pour un embarquement donné et une réservation prise au hasard, on considère les évènements suivants :

— A : « la réservation a été faite en agence » ;
— I : « la réservation a été faite par Internet » ;
— E : « le passager se présente à l'embarquement ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Démontrer que la probabilité qu'un client ne se présente pas à l'embarquement est de $0{,}029$.
3. Calculer la probabilité que la réservation ait été faite en agence sachant que le client ne s'est pas présenté à l'embarquement.

PARTIE B

Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de 200 places et a vendu 202 réservations.
On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 202$ et $p = 0{,}971$.

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.
2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement.
3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de surréservation (c'est-à-dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

Exercice 3 :

La loi de refroidissement de Newton stipule que le taux d'évolution de la température d'un corps est proportionnel à la différence entre la température de ce corps et celle du milieu environnant.
Une tasse de café est servie à une température initiale de 80° dans un milieu dont la température, exprimée en degré Celsius, supposée constante, est notée M.
Le but de cet exercice est d'étudier le refroidissement du café en appliquant la loi de Newton.

Pour tout entier naturel n, on note T_n la température du café à l'instant n, avec T_n exprimé en degré Celsius et n en minutes. On a ainsi $T_0 = 80$.

On modélise la loi de Newton entre deux minutes consécutives quelconques n et $n+1$ par l'égalité:
$T_{n+1} - T_n = k(T_n - M)$ où k est une constante réelle.

On choisit M=10 et $k = -0{,}2$.

1) D'après le contexte, quelle conjecture peut-on émettre sur le sens de variation de la suite (T_n) ?

2) Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0{,}8T_n + 2$

3) a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $T_n \geq 10$
   b) Démontrer que la suite (T_n) est décroissante.
   ~~c) En déduire que la suite (T_n) converge.~~

4) On pose, pour tout entier naturel n: $u_n = T_n - 10$.
   a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.
   b) En déduire que pour tout entier naturel n, $T_n = 70 \times 0{,}8^n + 10$
   ~~c) Déterminer la limite de la suite (T_n) et interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.~~

5) On considère l'algorithme ci-contre :

   a) Au début, on affecte la valeur 80 à la variable T et la valeur 0 à la variable n. Quelle valeur numérique contient la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?
   b) Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

```
T ← 80
n ← 0
Tant que T ≥ 40
    T ← 0,8T + 2
    n ← n + 1
Fin Tant que
```